ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

Dr. Marcelo A. Delfino

www.marcelodelfino.net

Rendimiento-Riesgo

Marcelo A. Delfino

Conceptos

- Rendimiento esperado
  - Qué esperamos recibir en promedio
- Desvío estándard de los rendimientos:
  - Medida de la dispersión de los rendimientos actuales
- Correlación
  - tendencia de los rendimientos de dos activos de moverse para abajo o arriba del rendimiento esperado.
- Beta
  - Medida de riesgo apropiada para inversores diversificados
- Inversores diversificados
  - Inversores que tienen un portfolio de muchos activos
- Capital Asset Pricing Model (CAPM)
  - Relación entre rendimiento y riesgo para inversores diversificados

Rendimiento

$133 Valor total

Ingresos

$ 18 Dividendos $= D_1$

+

tiempo

$115 Valor de mercado $= P_1$

t = 0

t = 1

Egresos

-$100 $= P_0$

Rendimiento en pesos: Dividendos + Δ Valor del capital

R$ = 18 + 15 = 33

Rendimientos porcentuales:

$$r = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{15 + 18}{100} = 33\%$$

Rendimiento

El rendimiento total de un activo financiero se puede dividir en un resultado por tenencia y un resultado financiero.

$$\boxed{\text{Resultado tenenecia} = \frac{P_1 - P_0}{P_0}}$$

$$\boxed{\text{Resultado finanacier o} = \frac{D_1}{P_0}}$$

Rendimiento esperado

Es una expectativa matemática. La media es una buena medida del rendimiento esperado cuando existe un gran número de inversiones. El rendimiento esperado de un activo es la media de los rendimientos futuros esperados.

Probabilidad de ocurrencia

IGUAL

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{M} \frac{R_{ij}}{M}$$

DISTINTA

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{M} P_{ij} R_{ij}$$

Rendimiento esperado

Escenario	Rendimiento posible	Probabilidad
1	50 %	0.1
2	40	0.2
3	35	0.4
4	30	0.2
5	-10	0.1
		1.0
	32 %	

Rendimiento esperado

- Los inversores eligen entre portafolios sobre la base de su rendimiento esperado y la desviación estándar de ese rendimiento.

- Los factores de ponderación de cada activo en la cartera equivale al porcentaje del valor total de la cartera invertidos en tal activo

x_i= factor de ponderación y $\sum x_i = 1$

$$\mathbf{E(Rp) = X_1\ E(R_1) + X_2\ E(R_2) + \ldots. + X_n\ E(R_n)}$$

Varianza del rendimiento esperado

Probabilidad de ocurrencia

IGUAL

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{M} (R_{ij} - \overline{R_i})^2}{M}$$

DISTINTA

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{M} P_{ij} (R_{ij} - \overline{R_i})^2$$

Desviación estándar $\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$

Riesgo de una cartera

La varianza de una cartera no es la simple combinación de las varianzas de los activos que la integran

$$\sigma_p^2 = E(r_p - \overline{R}_p)^2 = (x_1^2\sigma_1^2 + 2x_1x_2\operatorname{cov}(x_1x_2) + x_1^2\sigma_2^2)$$

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} x_1^2\sigma_1^2 & x_1x_2\sigma_{12} \\ x_2x_1\sigma_{21} & x_2^2\sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} x_1^2\sigma_1^2 & x_1x_2\sigma_{12} & x_1x_3\sigma_{13} \\ x_2x_1\sigma_{21} & x_2^2\sigma_2^2 & x_2x_3\sigma_{23} \\ x_3x_1\sigma_{31} & x_3x_2\sigma_{32} & x_3^2\sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

Riesgo de una cartera

$$\sigma_p^2 = \sum X_j^2 \sigma_j^2 + \sum \sum X_j X_k \sigma_{jk}$$

$$\sigma_p^2 = \sum X_j^2 \sigma_j^2 + \sum \sum X_j X_k \sigma_j \sigma_k \rho_{jk}$$

Matriz de varianzas y covarianzas

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

Matriz de correlaciones

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Covarianza

Probabilidad de ocurrencia

IGUAL

$$\sigma_{12} = \sum_{j=1}^{M} \frac{(R_{1j} - \overline{R_1})(R_{2j} - \overline{R_2})}{M}$$

DISTINTA

$$\sigma_{12} = \sum_{j=1}^{M} P_j (R_{1j} - \overline{R_1})(R_{2j} - \overline{R_2})$$

La covarianza mide la extensión en la cual los retornos de diferentes activos se mueven juntos.

Se hace difícil hacer comparaciones entre covarianzas para ver si dos pares de activos están muy o poco relacionados.

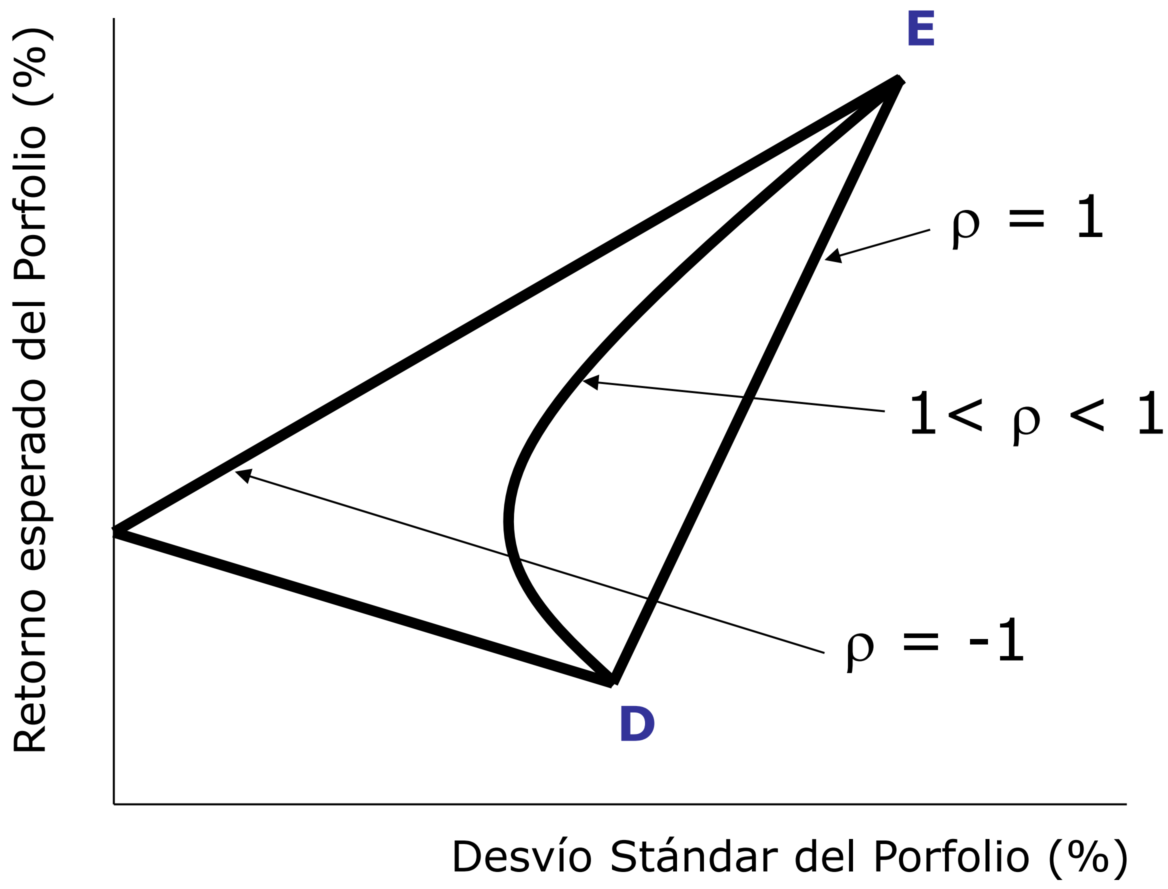
Coeficiente de Correlación

- El análisis de correlación da una perspectiva de la dirección y magnitud de la relación existente entre dos o más variables.

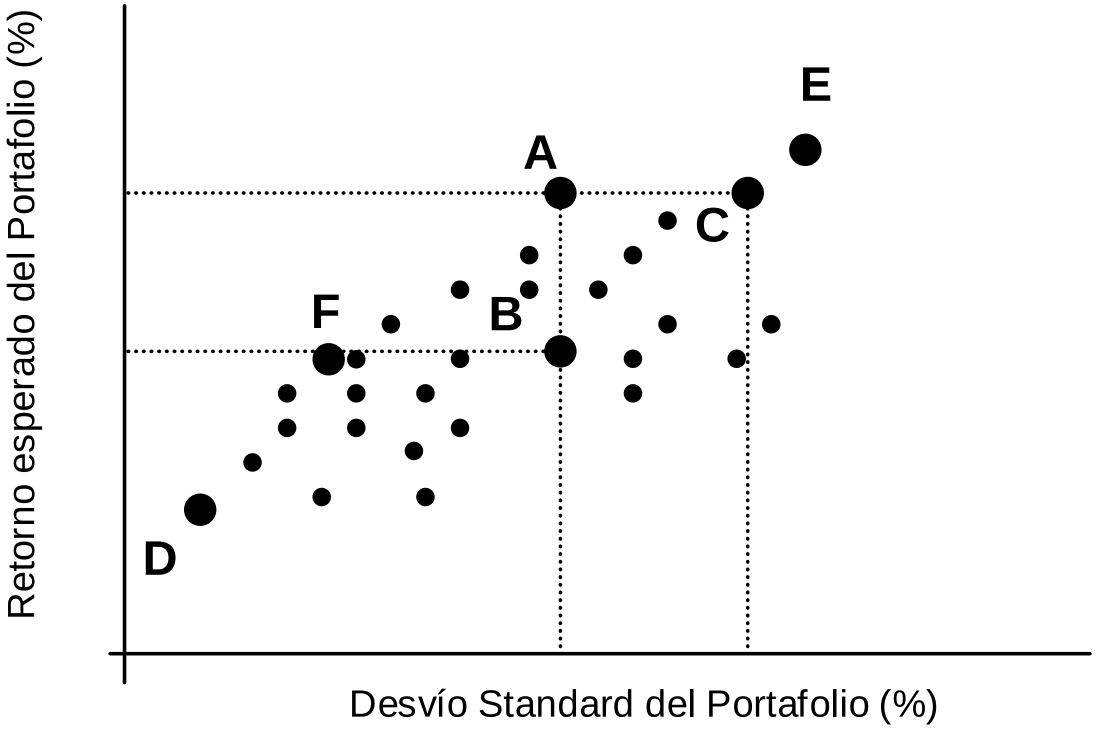
$$\boxed{\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}}$$

- Cuanto menor sea la correlación de los rendimientos entre los activos de un portafolio, éstos se podrán combinar de manera más eficiente para reducir el riesgo.

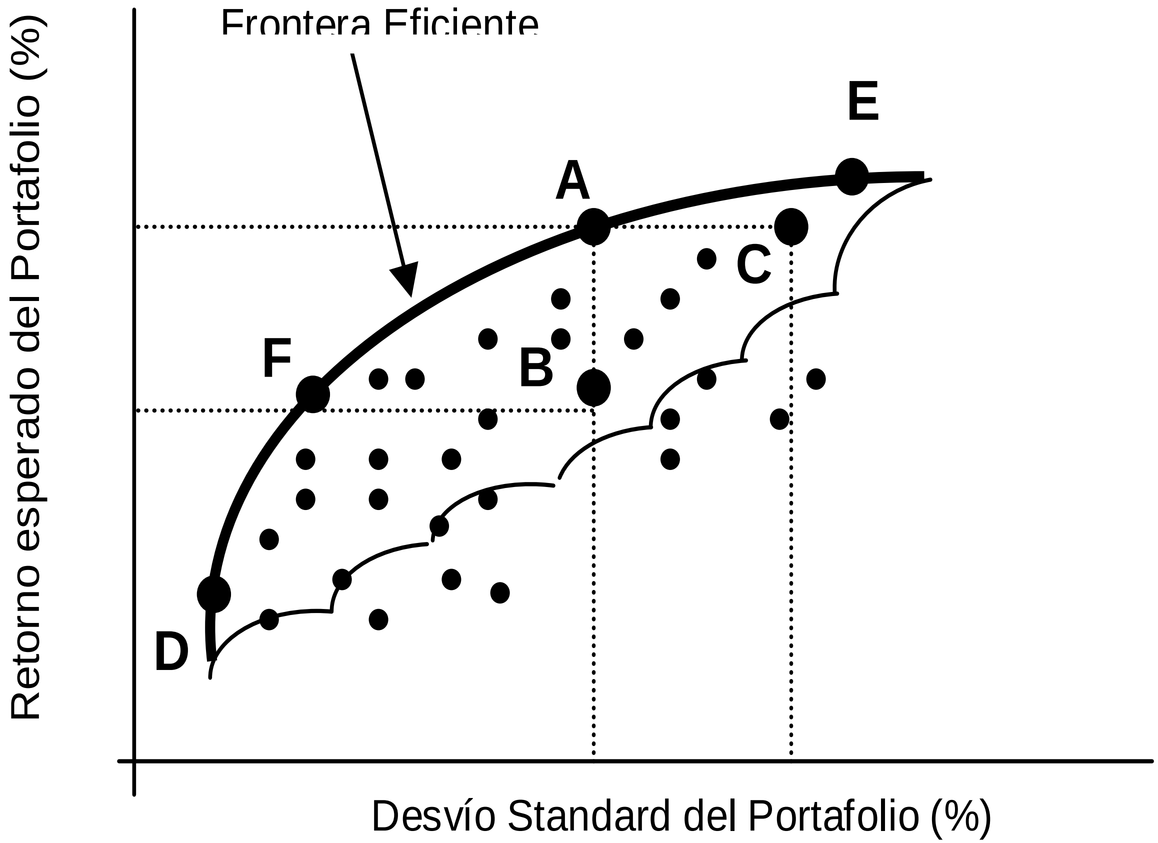
Frontera Eficiente



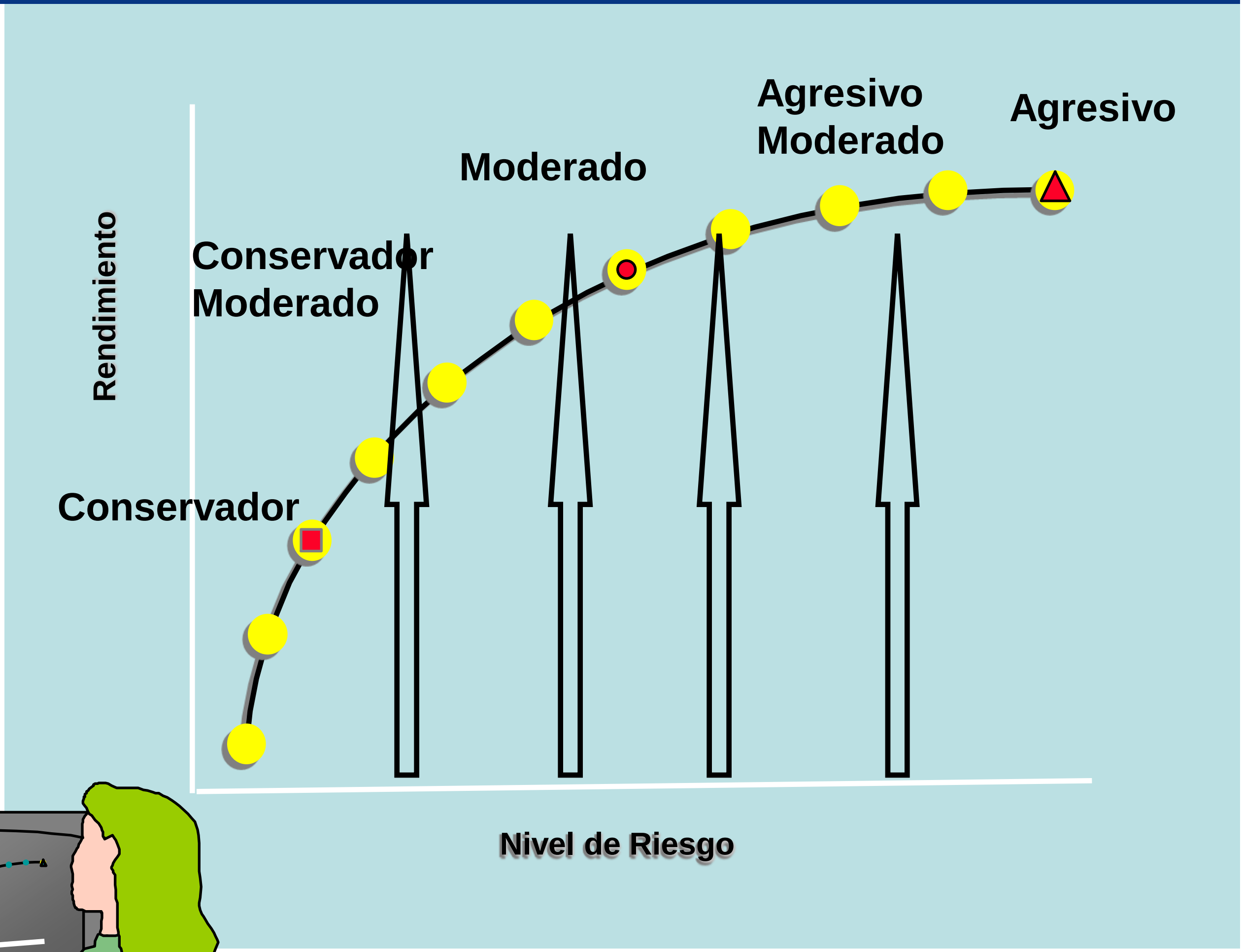
Frontera Eficiente

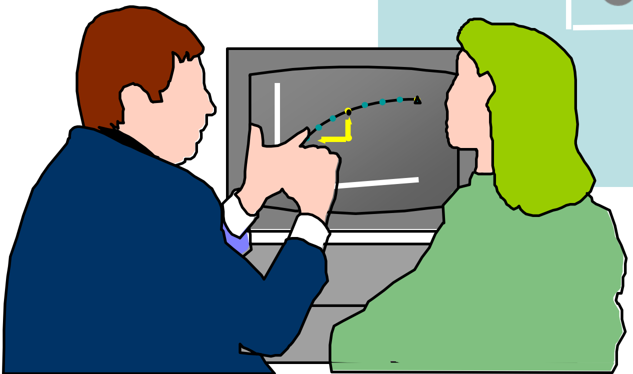


Frontera Eficiente

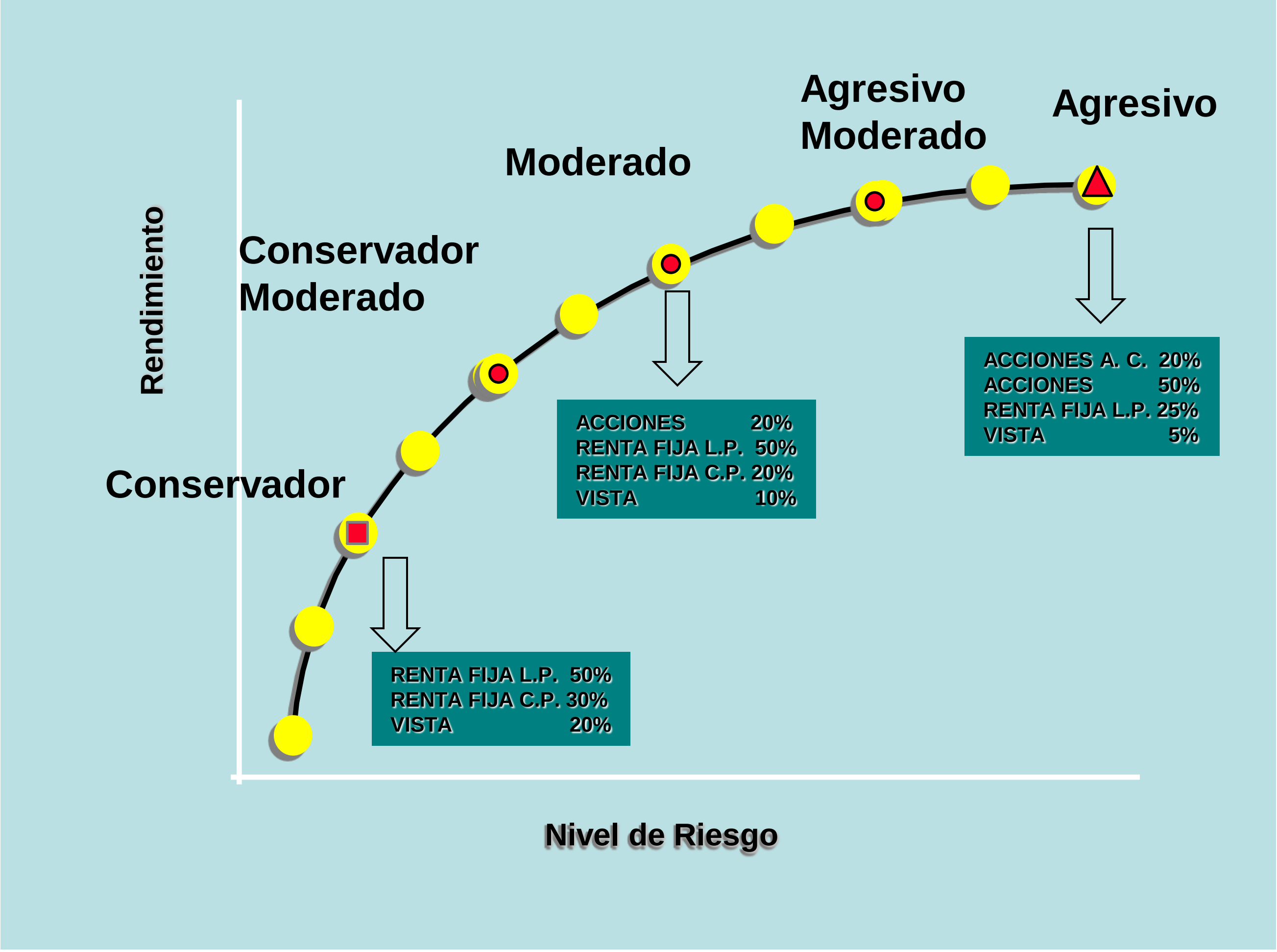


Cual es el perfil del cliente?





Composición del portafolio

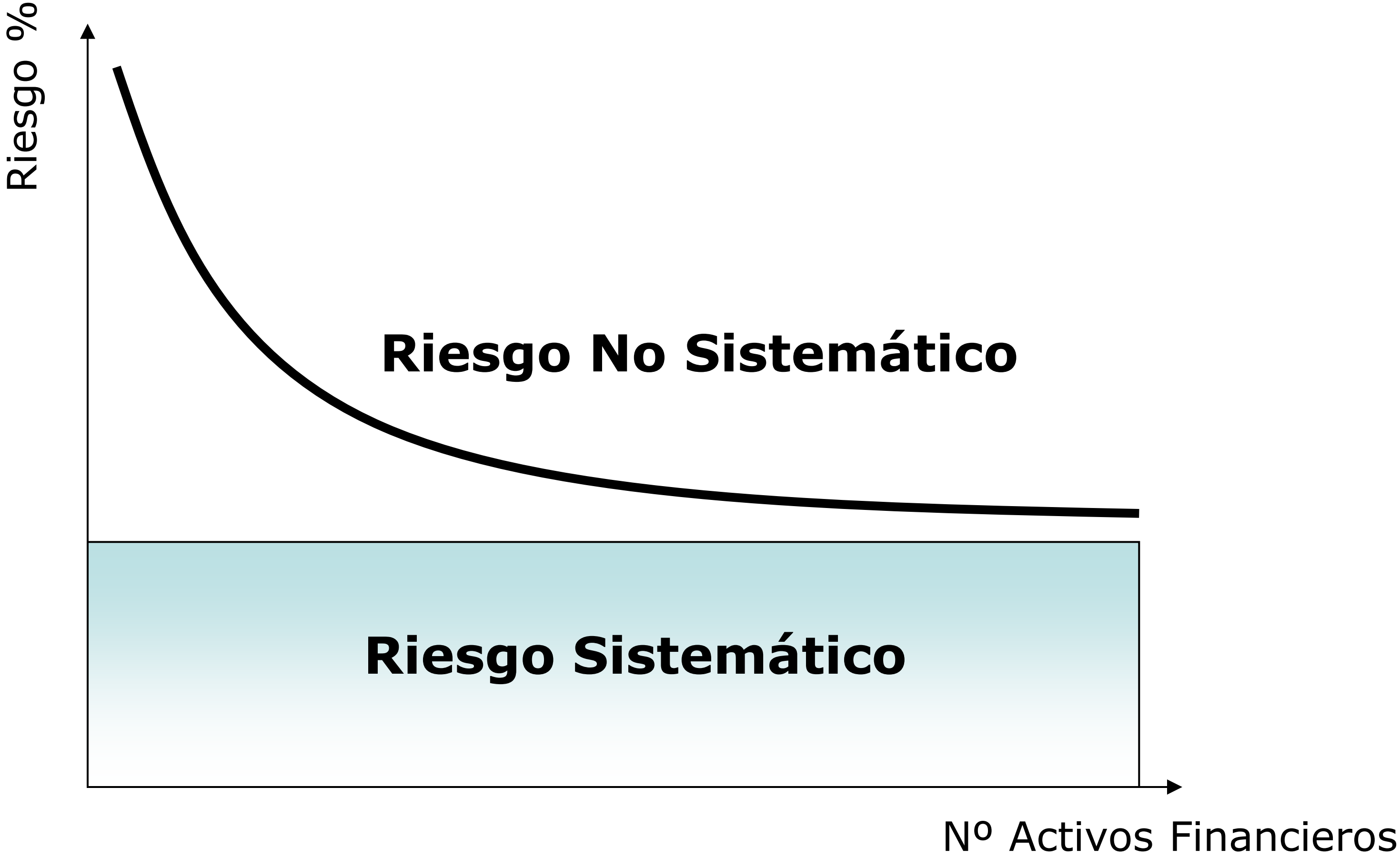


El límite de la diversificación

- El riesgo específico de cada título puede eliminarse mediante la diversificación, pero no puede eliminarse el riesgo de mercado.

- El riesgo de mercado es la covarianza media de todos los títulos, y este marca un límite a los beneficios de la diversificación

El límite de la diversificación



El límite de la diversificación

Si tenemos N activos e invertimos la misma proporción en cada uno de ellos 1/N, la varianza del portfolio es:

$$\sigma_p^2 = \sum \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum\sum \left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{1}{N}\right)\sigma_{jk}$$

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{N}\right)\sum\left(\frac{\sigma_i^2}{N}\right) + \frac{(N-1)}{N}\sum\sum\left(\frac{\sigma_{jk}}{N(N-1)}\right)$$

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{N}\right)\overline{\sigma_i^2} + \frac{(N-1)}{N}\overline{\sigma_{jk}}$$

Riesgo Sistemático

Riesgo No-sistemático

Entonces si N ➔ ∞: 1/N = 0 y (N-1)/N = 1

El límite de la diversificación

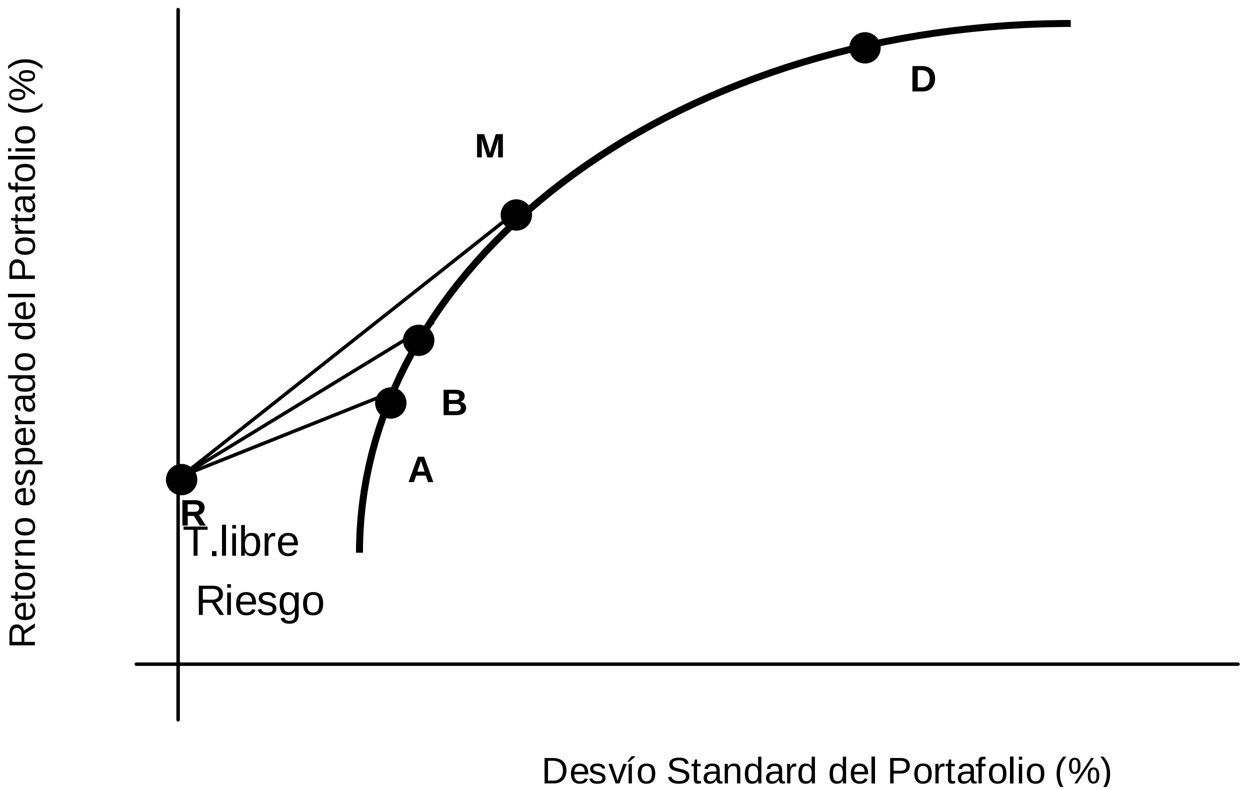
- La contribución de las varianzas de los activos individuales a la varianza del portfolio es 0 (primer parte de la fórmula).

- Sin embargo, la contribución de las covarianzas, a medida que crece N se asemeja a la media de las covarianzas.

- El riesgo individual de cada activo se puede eliminar o diversificar: ***riesgo no sistemático***; pero la contribución al riesgo total provocado por las covarianzas no, ***riesgo sistemático o de mercado***

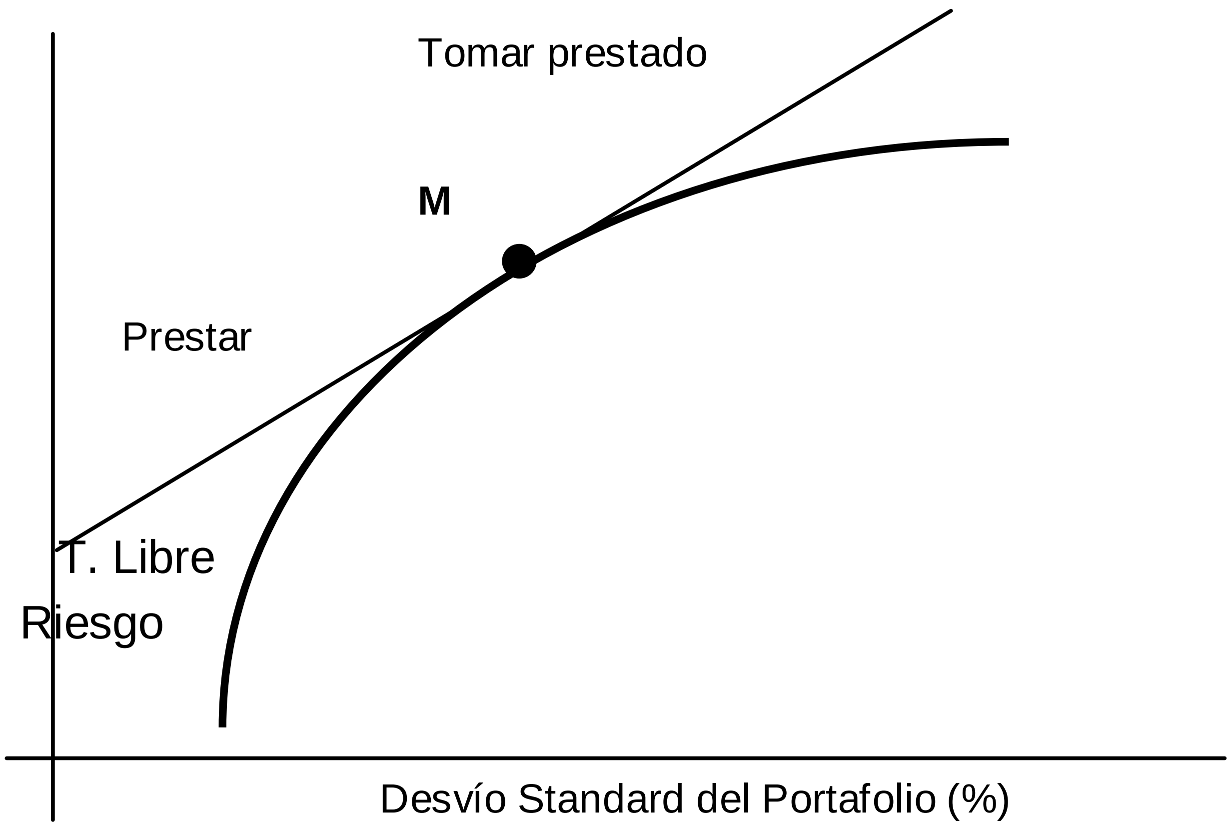
- Esto implica que la mínima varianza se obtiene para portfolios bien diversificados y es igual a la covarianza promedio entre todos los activos de la población.

Incorporamos el activo libre de riesgo



Incorporamos el activo libre de riesgo

Capital Market Line



Capital Market Line

$$\mathbf{R_c = (1 - X)\ R_f + X\ R_M}$$

$$\sigma_c = \left[(1-X)^2\sigma_f^2 + X^2\sigma_M^2 + 2X(1-X)\sigma_M\sigma_f\rho_{fM}\right]^{1/2}$$

Como $\sigma_f = 0 \Rightarrow \sigma_c = (X^2\ \sigma^2_M)^{1/2}$. Resolviendo: $X = \sigma_c / \sigma_M$

$$R_c = \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_M}\right)R_f + \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_M}\right)R_M$$

$$R_c = R_f + \left(\frac{(R_M - R_f)}{\sigma_M}\right)\sigma_c$$

Cantidad de riesgo

Precio del riesgo

Capital Market Line

- La CML utiliza como medida de riesgo el desvío estándar, esta medida de riesgo es apropiada únicamente para las carteras eficientes (aquellas sobre la recta).

- Las carteras ineficientes o activos individuales contienen una parte de riesgo que puede eliminarse diversificando, a esta parte del riesgo se lo llama riesgo diversificable o No sistemático.

- Esta porción de riesgo no es compensada por el mercado por consiguiente no será compensada por tomar una unidad mas de riesgo

Contribución al riesgo del portafolio

- El riesgo de una acción incluida en un portafolio no es el riesgo de la acción por separado, sino que es el riesgo de mercado del título

El riesgo de mercado del título representa la contribución marginal de un título individual al riesgo de una cartera

Contribución al riesgo del portafolio

- El riesgo que aporta una acción cualquiera j al portafolio, depende de la cantidad relativa invertida en el mismo (w_j) y de su covarianza con el portafolio:

$$\boxed{W_j \sigma_{jp}}$$

- También podemos medir la contribución proporcional al riesgo del portafolio, dividiendo la contribución proporcional por la varianza del portafolio:

$$\boxed{\frac{W_j \sigma_{jp}}{\sigma_p^2}}$$

Contribución al riesgo del portafolio

- El riesgo de una cartera bien diversificada depende del BETA MEDIO DE LOS TITULOS INCLUIDOS EN LA CARTERA.

- De esta manera la contribución de cada título al riesgo de la cartera depende del beta del título.

Beta de la acción

El cociente entre la covarianza de los rendimientos de un activo y del portafolio, y la varianza del portafolio (σ_{jM} / σ^2_M), nos dice como reacciona la acción j a las variaciones en el rendimiento del portafolio.

Podemos generalizar esta relación para el caso donde la cartera está compuesta por todas las acciones del mercado, es decir cuando el portafolio es la cartera de mercado, ese coeficiente representa el *beta de la acción:*

$$\beta = \frac{Cov(R_j, R_M)}{Var(R_M)} = \frac{\sigma_{jM}}{\sigma^2_M} \qquad \beta = \rho_{jM} \frac{\sigma_j}{\sigma_M}$$

Security Market Line

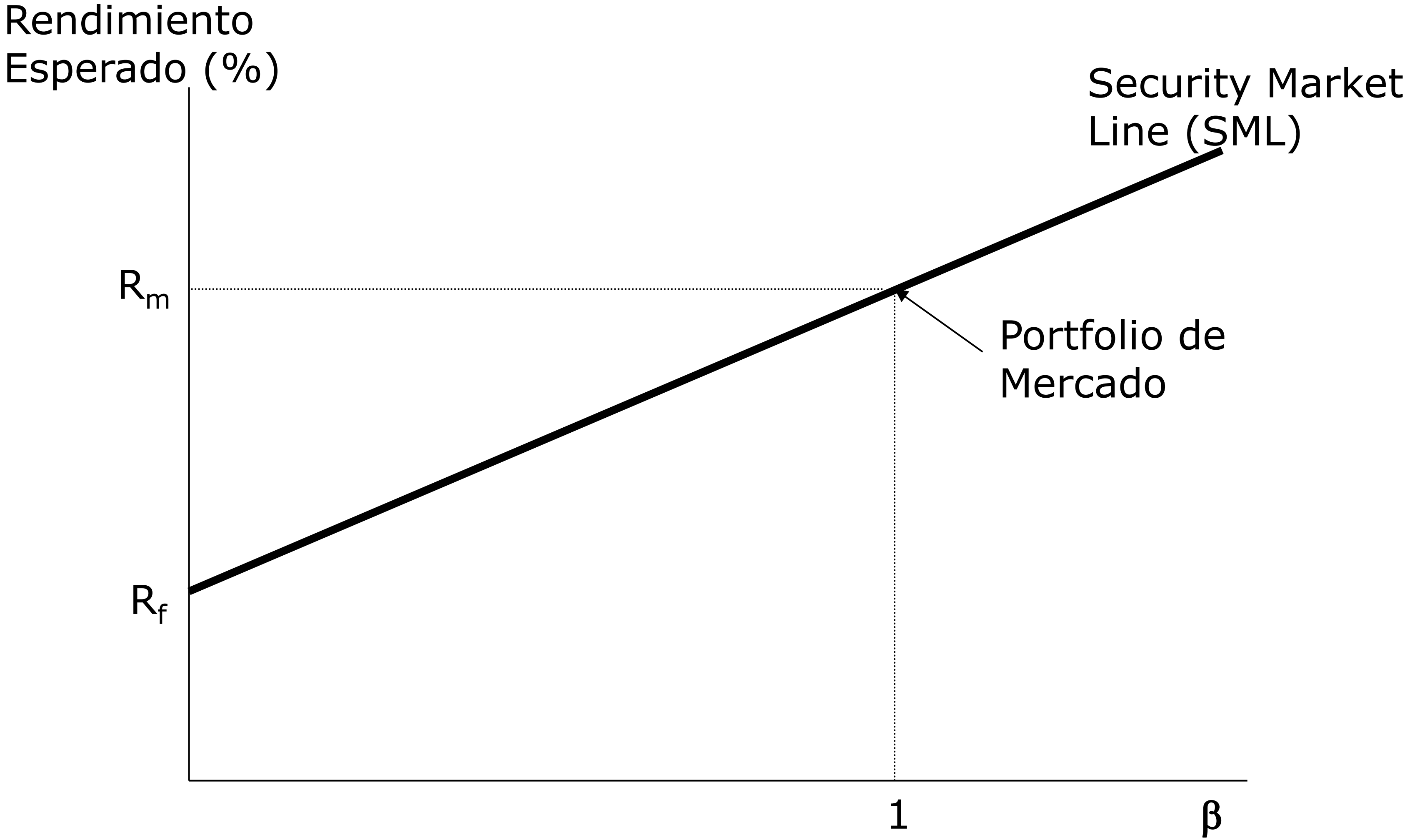
Ahora tenemos una expresión simple para el rendimiento esperado de un activo o un portafolio:

$$R_i = R_f + \beta_i \underbrace{[E(R_M) - R_f]}_{\text{Prima de riesgo de mercado}}$$

- La prima por riesgo de mercado de un activo individual es una función de la contribución de éste al riesgo del portafolio.

- Con un activo individual mantenido en conjunto con otros activos, el único riesgo relevante es el riesgo sistemático, que es medido por beta.

Security Market Line



CAPM

El Capital Asset Pricing Model (CAPM) es un modelo de valuación de activos de capital que plantea un tradeoff entre riesgo y rendimiento. El modelo busca encontrar el precio justo de cada activo que asegure al inversor un retorno que compense el riesgo de dicho activo siempre que sea mantenido en una cartera bien diversificada.

Que determina el rendimiento esperado de un activo?

1. El rendimiento libre de riesgo (que compensa el valor tiempo del dinero)
2. El premio por el riesgo de mercado (que debería compensar el riesgo sistemático
3. El beta del activo (que representa la medida del riesgo sistemático presente en el activo)

Supuestos del CAPM

Este modelo se apoya en la Teoría de la Cartera de Markowitz, pero agrega los siguientes supuestos:

1. Los inversores eligen sus carteras sobre la base del retorno esperado y el riesgo únicamente.
2. Los inversores son aversos al riesgo y buscan maximizar el valor esperado de los rendimientos.
3. Todos los inversores tienden al mismo horizonte de decisión en cuanto a las inversiones.
4. En el mercado hay competencia perfecta, no existen costos de transacción ni impuestos a la renta, capitales y transferencia de títulos.
5. Todos los activos son infinitamente divisibles, la información es gratuita y esta al alcance de todos los inversores y estos pueden endeudarse y prestar a la misma tasa sin limitaciones.
6. Existe homogeneidad en las expectativas y en el conjunto de inversiones factibles