MERCADO DE CAPITALES Y GESTION DE CARTERA

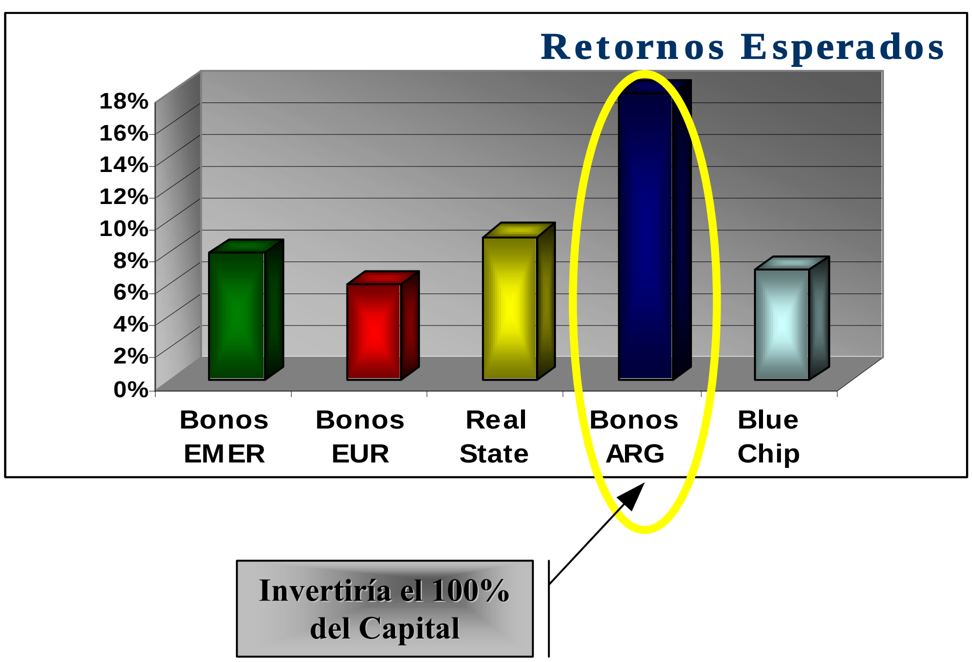
Modelo de Markowitz.

Se ha dicho que uno puede dividir la historia de las "Inversiones" en 2 partes, antes y después de 1952, año en que el economista Harry Markowitz publico su tesis doctoral acerca de "Selección de Portafolios".

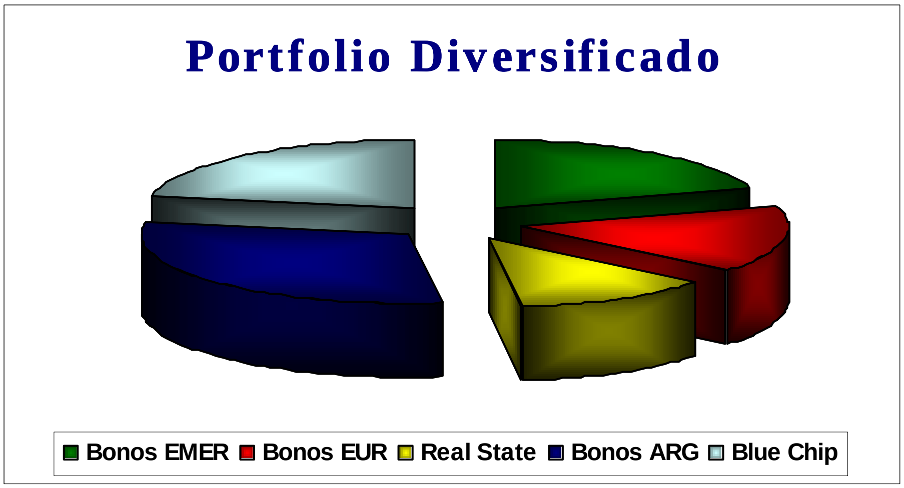
Markowitz fue el primero en poner atención en la práctica de diversificación de los portafolios. Esta es la base donde los inversores generalmente prefieren mantener portafolios de activos en vez que activos individuales, debido a que ellos no tienen en cuenta solamente los retornos de dichos activos sino también el riesgo de los mismos.

Teoría de la Cartera de Markowitz

Anterior al trabajo de Markowitz (1952), los inversores solamente prestaban atención en maximizar el nivel esperado de retornos. Si esto era lo que hacían, entonces un inversor calcularía simplemente el grado esperado de rendimientos de un conjunto de activos y luego invertiría todo su dinero en aquel activo que proporcione la mayor rentabilidad esperada.



En el trabajo de selección de Inversiones, Markowitz demostró que los inversores deberían actuar de un modo totalmente diferente. Los inversores deben optar por portafolios de varios activos en vez que invertir en un solo activo. Siguiendo este consejo de mantener un portafolio de activos (Diversificación) un inversor puede reducir el nivel de riesgo al cual esta exponiéndose, mientras que mantiene el nivel esperado de rentabilidad.



Actitud frente al Riesgo

La teoría de la cartera de Markowitz se basa la idea que el comportamiento de un inversor se caracteriza por el grado de aversión al riesgo que tenga y el grado de maximización de utilidades que espera. Los inversores pueden encontrarse dentro de estos grupos de aversión al riesgo:

- ✓ **Aversos al Riesgo**: Es aquel inversor que elegiría una inversión con el menor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de retorno esperado.
- ✓ **Propensos al Riesgo**: Es aquel inversor que elegiría una inversión con el mayor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de retorno esperado.
- ✓ **Neutrales al riesgo**: Es aquel inversor que se mantendría indiferente si tuviera que elegir entre dos alternativas con el mismo nivel de retorno esperado.

La actitud frente al riesgo de diferentes inversores depende de diferentes cosas como por ejemplo su edad, su situación financiera, un inversor con un nivel de ganancias altos sin obligaciones financieras estaría más dispuesto a soportar potenciales perdidas de capital y tendría menor aversión al riesgo que un inversor con un nivel de ganancias menores. Es bueno aclarar que la mayoría de los inversores se encuentran dentro del grupo de aversos al riesgo.

Evidencia de Aversión al Riesgo

Numerosos estudios examinaron la relación existente entre la aversión al riesgo y la inversión en activos con distintos grados de riesgo (Investment Allocation. A modo de ejemplo podemos utilizar un modelo de cuestionario para conocer el grado de aversión al riesgo de un inversor en particular.

1. Su inversión pierde un 15% de su valor en una corrección de mercado, un mes después de haberla comprado. Asumiendo que ninguno de los fundamentals ha cambiado, UD.:

    a. Se sienta y ***Espera,*** que la inversión recupere su valor inicial
    b. ***Vende,*** y se siente liberado por las posibles noches de insomnio que le hubiese causado una perdida mayor
    c. ***Compra mas,*** si el precio era muy bueno un mes atrás, el precio actual es mucho mejor aún.

2. Un mes después de la compra de un activo, el valor del mismo sorprendentemente crece un 40%. Asumiendo que tú no puedes encontrar más información al respecto ¿Qué harías?

    a. ***Vende***
    b. Lo ***Mantiene*** con expectativas de futuras ganancias
    c. ***Compra*** mas este probablemente crecerá más aún.

3. Que es lo que preferirías hacer ante estas alternativas:

    a. Invertir en un fondo de ***crecimiento agresivo*** el cual se apreciara muy poco en los próximos seis meses.
    b. Invertir en un fondo ***money market***...

4. Te sentirías mejor sí:

    a. Tu duplicas tu dinero en una inversión en ***acciones***
    b. Tu ***fondo money-market*** te evita perder la mitad de tu dinero en una caída del mercado

5. Cual de estas situaciones te haría sentir mejor:

    a. Ganas $100.000 en una ***competencia pública***
    b. ***Heredas*** $100.000 de un familiar
    c. Ganas $100.000 arriesgando $2.000 en el ***mercado de opciones***
    d. Alguna de las anteriores, te sientes feliz por haber ganado $100.000 independientemente de cómo los obtuviste

6. El departamento en el cual vives sé esta convirtiendo en condominio, tu puedes comprar la unidad por $80.000 o vender la opción por $20.000. El valor de mercado del condominio es de $120.000, pero tu sabes que si lo compras te tomará probablemente 6 meses poder venderlo, teniendo un costo inmovilizado de 1.200 por mes y pidiendo dinero prestado para la compra. Tú no quieres vivir en ese departamento, que harías?

    a. Tomas los $20.000
    b. Compras la unidad y esperas a venderla

7. Acabas de heredar de un tío una casa por valor de $100.000 libre de hipoteca. Si bien la casa se encuentra ubicada en un barrio de moda donde se espera que su valor se aprecie por encima del de la inflación, la misma se encuentra bastante deteriorada. La misma te daría una renta de $1.000 así como esta o de $1.500 si la refaccionas. LA refacción será financiada por una hipoteca, que harías?

    a. ***Vendes*** la casa
    b. La ***alquilas***
    c. Haces las ***refacciones necesarias*** y después las alquilas

8. Tú trabajas para una pequeña pero creciente compañía electrónica. La compañía esta tratando de obtener cash a través de la venta de acciones a sus empleados. Los directores están planeando llevar la compañía a cotizar a la bolsa, pero no hasta dentro de 4 o más años. Si aceptas las acciones no podrás desprenderte de las mismas hasta que la compañía sea pública, y mientras tanto las acciones no pagarán ningún dividendo. Se espera que una vez que salgan a cotizar las mismas obtengan un valor de 10 a 20 veces el valor de tu compra. Cuanto sería tu inversión en dichas acciones:

    a. ***No compras*** nada
    b. Compras por el valor de ***un mes*** de salario
    c. Compras por el valor de ***tres meses*** de salario
    d. Compras por el valor de ***seis meses*** de salario

9. Tu viejo amigo y vecino (un experimentado geólogo petrolero) esta reuniendo a un grupo de inversores (él es uno de ellos) para financiar un proyecto exploratorio de petróleo el cual podría pagar de 50 a 100 veces la inversión si resulta exitoso. Si el proyecto fracasa él recupero de la inversión es cero. La probabilidad de éxito estimada por tu amigo es del 20%, Cuanto invertirías en este proyecto?

    a. ***No inviertes nada***
    b. Inviertes por el valor de ***un mes*** de salario
    c. Inviertes por el valor de ***tres meses*** de salario
    d. Inviertes por el valor de ***seis meses*** de salario

10. Te ofrecen una opción de compra sobre un terreno, el costo es cercano a 2 meses de salario y se calcula que la ganancia será cercana a 3 meses de salario, Que harías:

    a. ***Compras*** la opción
    b. ***No lo haces***

11. Te encuentras en un programa de televisión que te ofrece las siguientes alternativas, cual elegirías:

    a. $1.000 en ***efectivo***
    b. $4.000 con un ***50%*** de chances de ganar
    c. $10.000 con un ***20%*** de chances de ganar
    d. $100.000 con un ***5%*** de chances de ganar

12. Nos encontramos en el año 2002 y la inflación esta volviendo, activos duros como metales preciosos, colecciones y hipotecas se espera que no sufran el efecto inflacionario. Tus activos están hoy en bonos de largo plazo. Que harías:

    a. ***Mantienes los Bonos***
    b. ***Los vendes*** y colocas el resultado 50% en fondos de money-market y el 50% restante en activos duros
    c. ***Los vendes*** y colocas la totalidad en activos duros
    d. ***Los vendes*** y colocas el resultado en activos duros y pides prestado mas dinero y también lo inviertes en los mismos activos

13. Acabas de perder $500 en una mesa de Black Jack en Reno, Nevada. Cuanto estas dispuesto a perder por encima de esos 500 con la posibilidad de recuperar lo perdido:

    a. Nada y te retiras de la mesa
    b. $100
    c. $250
    d. $500
    e. Mas de $500

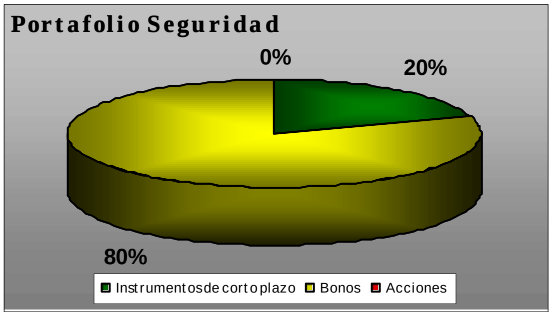
Sume los resultados y descubra cuan averso a riesgo es su perfil.

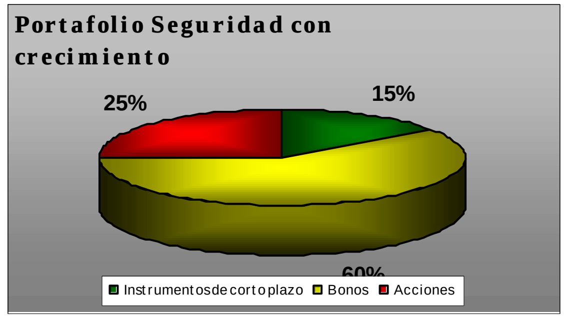
1. a-3, b-1, c-4	6. a-1, b-2	10. a-3, b-1
2. a-1, b-3, c-4	7. a-1, b-2, c-3	11. a-1, b-3, c-5, d-9
3. a-1, b-3	8. a-1, b-2, c-4, d-6	12. a-1, b-2, c-3, d-4
4. a-2, b-1	9. a-1, b-3, c-6, d-9	13. a-1, b-2, c-4, d-6, e-8
5. a-2, b-1, c-4, d-1		

Menor a 21:	Inversor Conservador, alérgico al riesgo
21 a 35:	Inversor activo, dispuesto a calcular el riesgo prudentemente
36 o mas:	Inversor agresivo, aventurero.

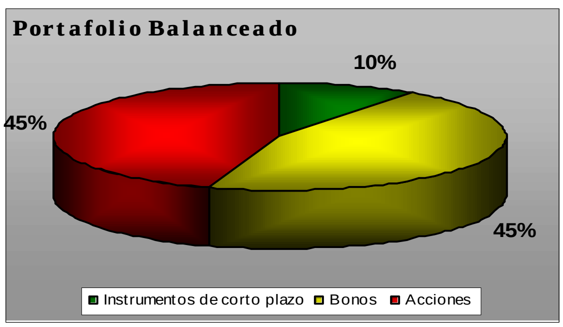
Portafolios recomendados según la actitud frente al Riesgo

AVERSOS AL RIESGO

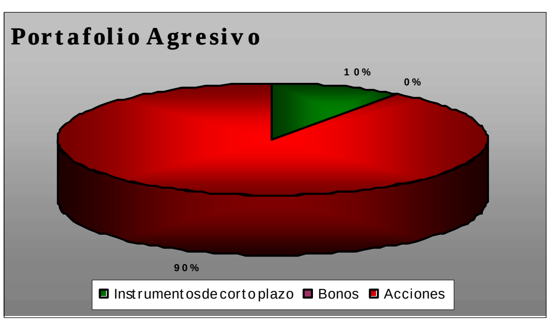


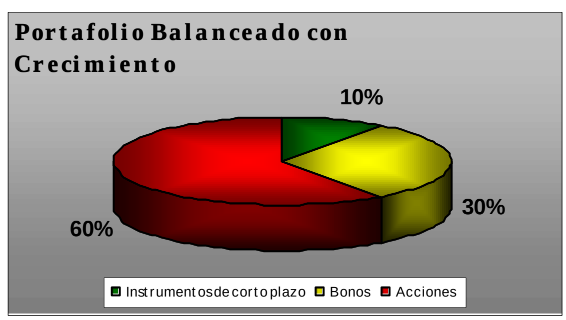


NEUTRALES AL RIESGO



PROPENSOS AL RIESGO





Teoría de la Utilidad

La idea de aversión al riesgo esta basada sobre la "Teoría de la Utilidad", la misma se refiere a un conjunto de alternativas entre las que se define una relación de indiferencia y una relación de preferencia para un individuo que debe tomar una decisión. Mide el grado de satisfacción de un agente económico de acuerdo a distintos niveles de riesgo.

Se define a su vez una función denominada "Función de Utilidad", tal que a cada alternativa le corresponde un numero llamado "utilidad de esa alternativa", y tal que si una alternativa es preferida a otra, entonces la utilidad de la primera es mayor a la de la segunda.

$$U_{(A)} > U_{(B)}$$

Sobre la base de esta teoría el criterio óptimo de decisión es el de Máxima Utilidad Esperada, se entiende que la utilidad esperada de una opción A que puede tener las n_i alternativas y cada una de ellas con probabilidad p_i, es:

$$E\ U_{(A)} = \sum U\ (A_i)\ .\ p_i$$

Ejemplo:

Opción A, inversión con dos alternativas de igual probabilidad, Ganancia de \$300 o pérdida de \$200

Opción B, inversión con dos alternativas de igual probabilidad, Ganancia de \$3.000.000 o pérdida de \$2.000.000

$$E\ U_{(A)} = (\$\ 300 * 0.5) + (\ \$\ -200 * 0.5)$$
$$E\ U_{(A)} = \ \$\ 50$$

$$E\ U_{(B)} = (\$\ 3.000.000 * 0.5) + (\ \$\ -2.000.000 * 0.5)$$
$$E\ U_{(B)} = \ \$\ 500.000$$

De acuerdo al criterio de la teoría de la utilidad la decisión de inversión debería ser en el portafolio B. Una posibilidad por la cual un inversor puede no tomar las decisiones de inversión de acuerdo al criterio del máximo valor esperado, es su ***Aversión al riesgo***.

Utilidad y Actitud frente al Riesgo

La función de ***Utilidad*** siempre es ***Creciente*** (Derivada primera), debido a que en economía se dice que los agentes económicos son racionales si una mayor Riqueza le produce una mayor Utilidad.

Un individuo es **Averso al Riesgo,** cuando su función de ***Utilidad Marginal*** (Derivada segunda) ***es decreciente.*** Una función de utilidad de un inversor averso al riesgo puede ser: $U_{(x)} = 100 * x - x^2 \quad (-\infty , 50)$

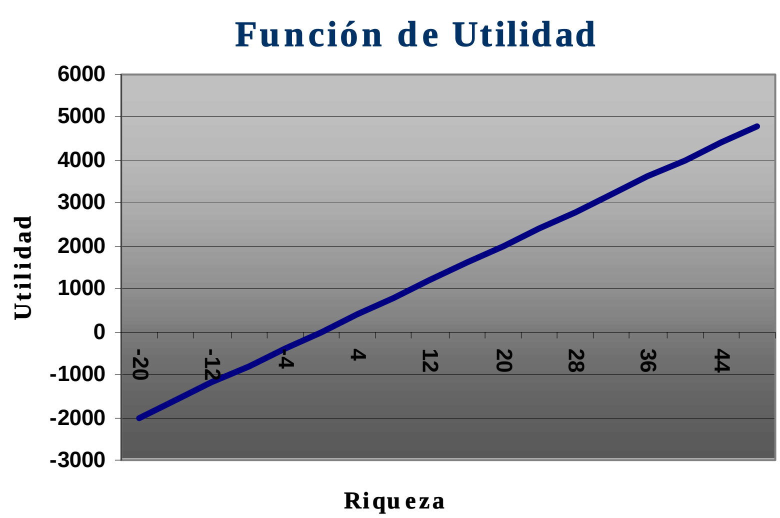
Donde a igual incremento de riqueza le produce cada vez menor nivel de utilidad, casi siempre esta es una característica de inversores institucionales.

Utilidad	Riqueza
-2400	-20
-1856	-16
-1344	-12
-864	-8
-416	-4
0	0
384	4
736	8
1056	12
1344	16
1600	20
1824	24
2016	28

Un individuo es **Neutral al Riesgo,** cuando su función de ***Utilidad Marginal*** (Derivada segunda) ***es constante.*** Una función de utilidad de un inversor neutral al riesgo puede ser: $U(x) = 100 * x$

Donde a igual incremento de riqueza le produce un igual nivel de utilidad.

Utilidad	Riqueza
-2000	-20
-1600	-16
-1200	-12
-800	-8
-400	-4
0	0
400	4
800	8
1200	12
1600	16
2000	20
2400	24

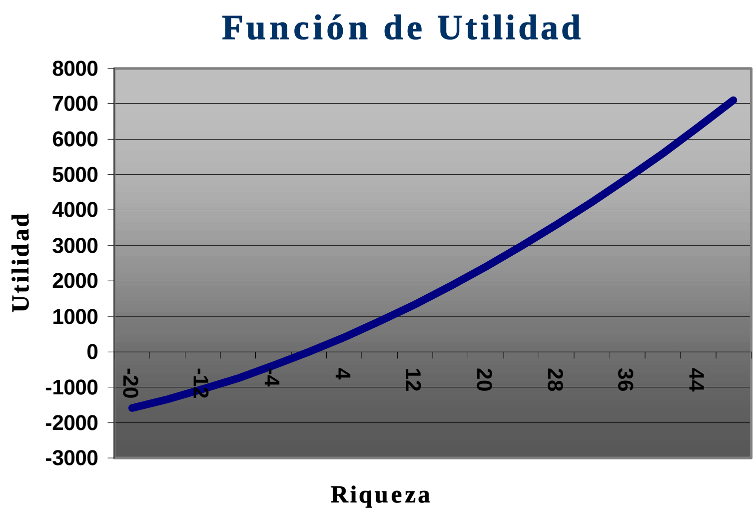


Un individuo es **Propenso al Riesgo,** cuando su función de ***Utilidad Marginal*** (Derivada segunda) ***es creciente.*** Una función de utilidad de un inversor propenso al riesgo puede ser:

$$U(x) = 100 * x + x^{2}$$

Donde a igual incremento de riqueza le produce un mayor nivel de utilidad.

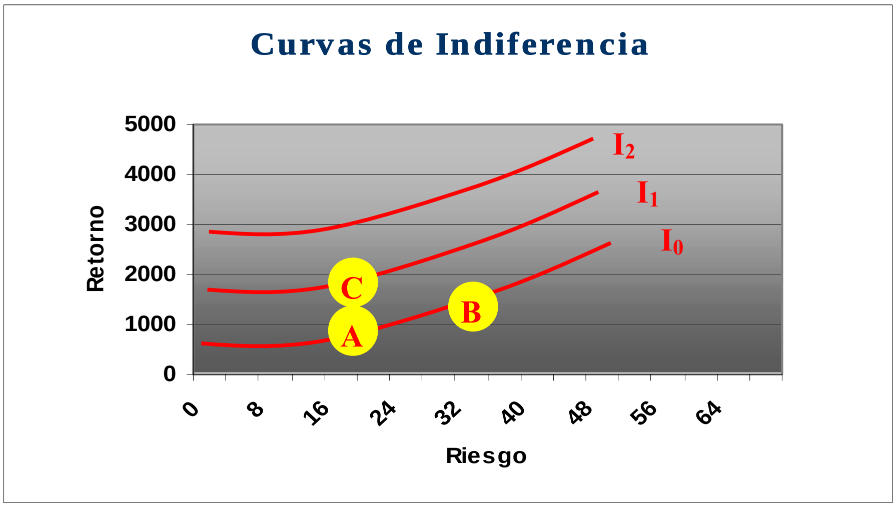
Utilidad	Riqueza
-1600	-20
-1344	-16
-1056	-12
-736	-8
-384	-4
0	0
416	4
864	8
1344	12
1856	16
2400	20



Como conclusión podemos decir que un individuo puede optar por distintas elecciones de acuerdo a su grado de aversión al riesgo, por ejemplo Si un individuo tiene la posibilidad de obtener una ganancia de $1000 con un 50% de probabilidad y a su vez puede perder la misma cantidad $1000 con la misma probabilidad, si el individuo es averso al riesgo no aceptará realizar la inversión, cosa que un individuo propenso al riesgo si la aceptará, mientras que un individuo neutral se mantendrá indiferente.

Curvas de Indiferencia

Cada individuo tiene su propio mapa de indiferencia, (representación grafica de las preferencias de un inversor en cuanto a riesgo y retorno), observe el siguiente mapa de indiferencia frente a un universo e riesgo y retorno.



Cada curva de indiferencia representa combinaciones de retorno esperado y riesgo los cuales son valuados equitativamente por un inversor. A su vez un inversor racional es indiferente entre los puntos A y B sobre la curva de indiferencia I_0. Pero no es indiferente sin embargo entre los puntos A (curva I_0) y C (curva I_1) , ya que mientras las dos curvas indiferentes en ambos puntos tienen el mismo nivel de riesgo, C ofrece un retorno esperado mayor. El Inversor tendrá el objetivo de situarse sobre la curva de indiferencia más alta posible además de maximizar sus utilidades.

En el diagrama I_1 es preferido a I_0, ya que a un nivel dado de riesgo los inversores prefieren un retorno esperado mayor, a un retorno esperado dado, preferirán el de menor riesgo.

Retorno esperado de Activos individuales

La mayoría de los inversores prefieren invertir en portafolios en vez de que en activos individuales. Es importante entender como el riesgo y retorno esperado de un activo contribuye a determinar el riesgo y retorno esperado de un portafolio.

Para calcular retornos esperados, debemos evaluar las distintas probabilidades de ocurrencia que pueden llegar a tener en un futuro las condiciones del mercado. Obtendremos el rendimiento esperado de un activo a través de la sumatoria del producto de cada probabilidad por el rendimiento que le corresponde a cada condición de mercado.

Veamos un ejemplo:

Condiciones de Mercado	Probabilidad	Retorno de "A"	Retorno de "B"
Boom	25%	25%	40%
Normal	50%	15%	30%
Presesión	25%	5%	10%

El rendimiento esperado de un activo cualquiera se calcula utilizando la siguiente formula:

$$\overline{E}_A = P_1R_1 + P_2R_2 + P_3R_3 + ... + P_nR_n$$

<u>Donde:</u>

$\overline{E}_A$ = Retorno esperado del Activo A

P_n = Probabilidad de ocurrencia de la condición de mercado

E_n = Retorno del Activo A si se diera la condición de mercado.

<u>Retorno esperado del Activo "A":</u>

$$\overline{E}_A = (25\% * 25\%) + (50\% * 15\%) + (25\% * 5\%)$$

$$= 6.25\% + 7.5\% + 1.25\%$$

$$\overline{E}_A = \mathbf{15\%}$$

Si utilizáramos las herramientas de excel, para obtener el rendimiento esperado de un activo X deberíamos utilizar la función PROMEDIO:

Datos:

Fecha	Merval	Perez	Div Perez	Erca	Div Erca	YPF	Div YPF
0	100	120		80		175	
1	128	156		110	10	154	
2	177,92	190	19,04	104,5		175	9,8
3	147,67	161,5		133,76		236,25	
4	135,86	140	5,35	90	10,32	311,85	
5	146,73	148,4		100,8		240	9,48

Para obtener la tasa de rentabilidad o rendimiento de un activo en particular debería utilizar la siguiente formula:

$$R_i = \frac{(P_1 + Div_1) - P_0}{P_0}$$

Ejemplo:

Fecha	Perez	Div Perez	Rendimiento
0	120		
1	156		30%
2	190	19,04	34%
3	161,5		-15%
4	140	5,35	-10%
5	148,4		6%
		Rendimiento Esperado	**9%**

Promedio

Retorno esperado de Portafolios

El retorno esperado de una cartera es igual al promedio ponderado de los retornos esperado de los activos individuales que la componen. El retorno de cada activo es ponderado por la proporción invertida en dicho activo dentro de la cartera.

Si un inversor decidiera invertir en una cartera compuesta por los Activos A y B en iguales proporciones, el retorno esperado de la cartera sería igual a:

Condiciones de Mercado	Probabilidad	Retorno de la Cartera
Boom	25%	(25%*50%) + (40%*50%)= 32.5%
Normal	50%	(15%*50%) + (30%*50%)= 22.5%
Presesión	25%	(5%*50%) + (10%*50%) = 7.5%

Retorno esperado de la Cartera:

$$\overline{E}_C = (32.5\% * 25\%) + (22.5\% * 50\%) + (7.5\% * 25\%)$$
$$= 8.13\% + 11.25\% + 1.88\%$$
$$= \mathbf{21.26\%}$$

Entonces el retorno esperado de una cartera es igual al promedio ponderado del retorno de cada uno de los activos que la componen. La formula para calcular el rendimiento o retorno esperado de una cartera es la siguiente:

$$\overline{E}_C = X_1\overline{E}_1 + X_2\overline{E}_2 + X_3\overline{E}_3 + \dots + X_n\overline{E}_n$$

Donde:

$\overline{E}_C$ = Retorno esperado de la Cartera

X_n = Proporción invertida en el activo n

E_n = Retorno esperado del Activo n

El retorno esperado de la cartera compuesta por 50% en el activo A y 50% en el activo B podría calcularse también así:

$$\overline{E}_C = (15\% * 50\%) + (27.5\% * 50\%)$$
$$= 7.5\% + 13.75\%$$
$$= \mathbf{21.26\%}$$

Rendimientos			
Merval	**Perez**	**Erca**	**YPF**
28%	30%	50%	-0,12
39%	34%	-5%	0,2
-17%	-15%	28%	0,35
-8%	-10%	-25%	0,32
8%	6%	12%	-0,2
10%	**9%**	**12%**	**11%**
Cartera			
25%	**10%**	**45%**	**25%**

$$\overline{E}_C = (25\% * 10\%) + (10\% * 9\%) + (45\% * 12\%) + (25\% * 11\%)$$
$$= 2.5\% + 0.9\% + 5.4\% + 2.75\%$$
$$= \mathbf{11.55\%}$$

En excel $\mathbf{E}_C = {}^tX * E_i$ (Ver ejercicios)

Riesgo

El riesgo de un activo es medido comúnmente como el desvío Standard de sus retornos. Es decir, el grado en el que los retornos de ese activo se dispersan del retorno esperado promedio del mismo. En este caso la medida de riesgo utilizada es la ***varianza*** o el ***desvío típico.***

Si la distribución de los rendimientos es simétrica, entonces la varianza es el doble de la semi-varianza y en consecuencia proporcionan la misma información, pero con la ventaja que su tratamiento matemático es mucho más simple.

Para un activo dado cuanto mayor es el grado de dispersión de los retornos mayor es el grado de Riesgo o Volatilidad, como comúnmente se lo llama en Finanzas.

Debemos tener en cuenta que el riesgo de una cartera no es igual al promedio ponderado de los riesgos de los activos que la componen. El grado en el que los activos de una cartera son similares o diferentemente afectados por determinados hechos tiene un peso en cuanto al riesgo de la cartera. Esto tiene importantes implicancias para los inversores, como el significado en la cual ellos pueden elegir ciertos activos para incluirlos en una cartera el cual es ayudará a reducir el riesgo de la misma.

Riesgo de Activos individuales

El desvío Estándar de los retornos es calculado utilizando la siguiente formula:

$$\sigma_A = \sqrt{\sum (R_{Ai} - R_A)^2 * P_i}$$

Donde:

σ_A = Desvío Estándar del Activo A
R_{Ai} = Retornos del activo A relacionados a la probabilidad i
R_A = Retornos del activo A
P_i = Probabilidad de ocurrencia de la condición de mercado i

Ejemplo:

Condiciones de Mercado	Probabilidad	Retorno de "A"	Retorno de "B"
Boom	25%	25%	40%
Normal	50%	15%	30%
Presesión	25%	5%	10%
	1.00	R_A = **15%**	R_B = **27.5%**

$$\sigma_A = \sqrt{(0.25 - 0.15)^2 * 0.25 + (0.15-0.15)^2 * 0.50 + (0.05-0.15)^2 * 0.25}$$

$$\sigma_A = \sqrt{0,25\% + 0 + 0.25\%}$$

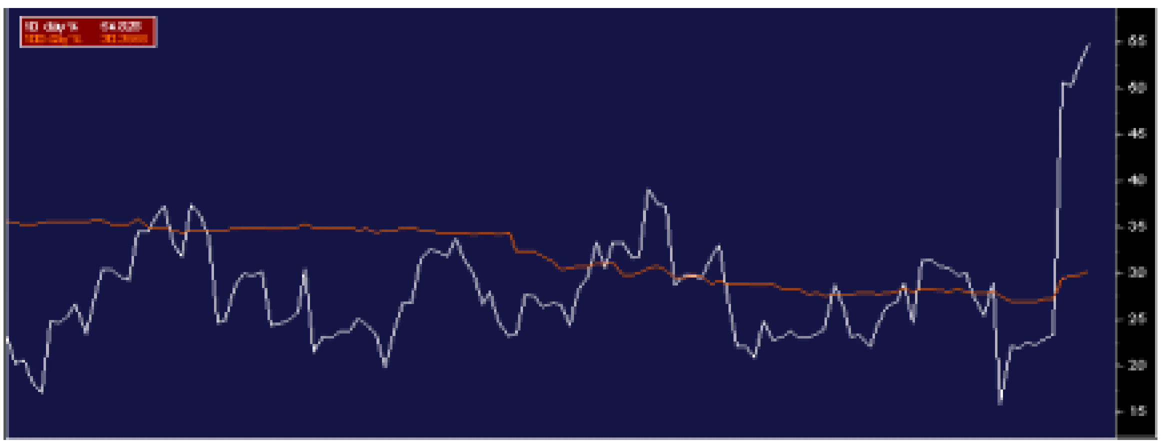
$$\sigma_A = \mathbf{7.07\%}$$

Si utilizáramos las herramientas de excel, para obtener el desvío estándar de los rendimientos esperados de un activo X deberíamos utilizar la función DESVEST o DESVESTP para datos de una población sesgados:

Ejemplo:

Fecha	Perez	Div Perez	Rendimiento
0	120		
1	156		30%
2	190	19,04	34%
3	161,5		-15%
4	140	5,35	-10%
5	148,4		6%
		Desvío Estándar	**22,43%**

Volatilidad del Nasdaq 30 Vs. 180 días



Volatilidad del S&P 500 30 Vs. 180 días

Riesgo de Cartera

El riesgo de una cartera es una función del nivel de riesgo individual de cada uno de los activos que la componen y también del grado de correlación existente entre los retornos esperados de cada uno de los activos que componen la cartera.

Puede utilizarse la misma formula para calcular el desvío estándar de una cartera que la utilizada para calcular el desvío estándar de un activo Utilizando el mismo ejemplo anterior, el desvío estándar de una cartera con 50% del activo A y 50% del activo B sería:

$$\sigma_P = \sqrt{(0.325–0.2125)^2 * 0.25 + (0.225\text{-}0.2125)^2 * 0.50 + (0.075\text{-}0.2125)^2 * 0.25}$$

$$\sigma_P = \sqrt{0,3164\% + 0.0078\% + 0.4727\%}$$

$$\sigma_P = \mathbf{8.92\%}$$

Covarianza de Retornos

El ejemplo nos muestra los siguientes resultados:

σ_A = **7.07%** (Desvío del Activo A)

σ_B = **10.89%** (Desvío del Activo B)

σ_P = **8.92%** (Desvío de la Cartera Activos A y B)

La conclusión es muy importante, el desvío estándar de una cartera no es simplemente el promedio ponderado de los desvíos estándar de los activos que la componen. En nuestro caso el promedio ponderado de los desvíos de ambos activos.
(7.07% * 50%) + (10.89% * 50%) = **8.98%**

La diferencia entre las dos cifras es debido a la covarianza de retornos entre el Activo A y el Activo B. El riego de la cartera no solo depende del riesgo (desvío estándar) de cada uno de los activos que lo componen sino también de la manera en que covarían cada uno de los activos de la cartera.

Covarianza de Retornos

Para darle una forma más sólido a lo expresado, una cartera constituida por dos activos A y B y tomando a X como la proporción invertida en el activo A e Y como la proporción invertida en el activo B, la varianza del portafolio esta dada por la siguiente formula:

Covarianza

$$\sigma^2_P = X^2 * \sigma^2_A + Y^2 * \sigma^2_B + \underline{2XY\sigma_{AB}}$$

La covarianza mide la extensión en la cual los retornos de diferentes activos se mueven juntos, Una cartera puede constituirse de varios activos no solo de dos solos, la Varianza de una cartera es igual a:

$$\sigma^2_P = \sum X_i^2 * \sigma^2_i + 2 \sum_i \sum_j X_i Y_j \sigma_{ij}$$

(En excel: $\sigma^2_P = X^t * V * X$)

Covarianza y Correlación

El riesgo de una cartera dependerá de la extensión por la cual los activos son similarmente afectados por eventos subyacentes. La covarianza entre dos activos puede ser expresada como:

$$Cov_{AB} = [\Sigma\ (R_{Ai} - R_A) * (R_{Bi} - R_B) * P_i]$$

Donde: (En excel:COVAR)

R_{Ai} = Rentabilidad del activo A sí ocurriese el evento i
R_{Bi} = Rentabilidad del activo B si ocurriese el evento i
P_i = Probabilidad de ocurrencia del evento i

La covarianza de dos activos podría ser positiva o negativa. Si dos activos son afectados de manera similar ante un evento cualquiera donde los retornos de los mismos aumentan o disminuyen en forma conjunta, entonces la covarianza será positiva, del mismo modo, si ante un evento subyacente los retornos del activo A se comporta de manera totalmente opuesta (Aumentan) a los del otro activo B (Disminuyen), entonces la covarianza será negativa. La covarianza será cercana a cero si el desvío de los retornos de cada uno de los activos se encuentra incorrelacionados.

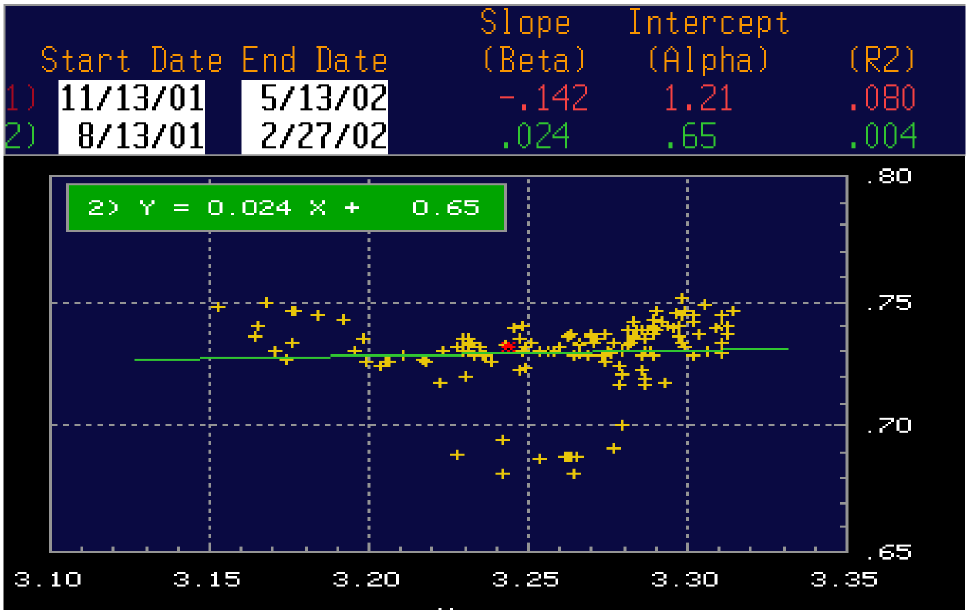
Coeficiente de Correlación

El análisis de correlación nos da una perspectiva de la dirección de la relación existente entre dos o más variables, Estandarizando la covarianza todos los valores de correlación estarán comprendidos entre –1 y +1 llegando a lo que se denomina coeficiente de correlación del que formula es la siguiente:

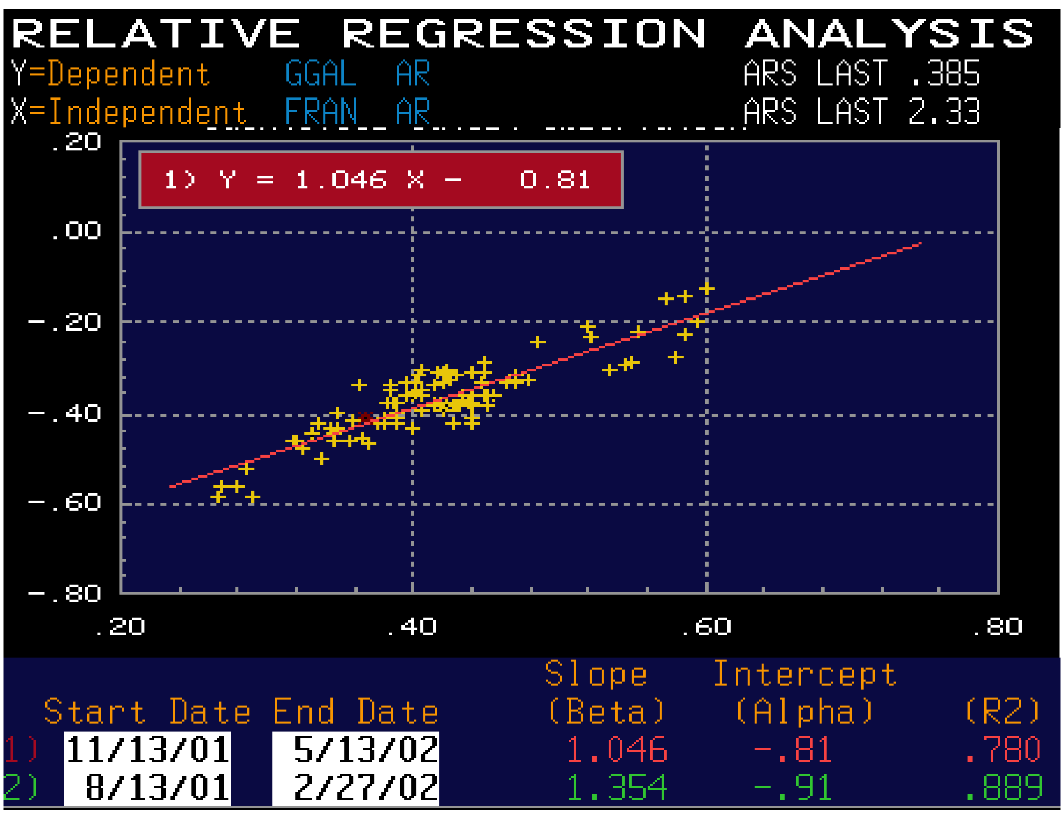
$$CORR_{AB} = \frac{COV_{AB}}{\sigma_A\ \sigma_B}$$

Si los retornos sobre dos Activos se mueven exactamente juntos, entonces el coeficiente de correlación será igual a +1 (Correlación lineal perfecta positiva). Si los retornos de dos activos se mueven en direcciones exactamente opuestas, el coeficiente de correlación será igual a –1 (Correlación lineal perfecta negativa). Finalmente si los retornos de dos activos se mueven independientemente el coeficiente de correlación será igual a cero (Incorrelacionados).

Correlación entre Treasury de 30 años y Nasdaq



Correlación entre Banco Galicia y Banco Francés



Coeficientes de Correlación entre empresas del Merval

Correlation Coefficients

	ARS PC	ARS GGAL	ARS ERCA	ARS FRAN	ARS INDU	ARS TECO	ARS REP	ARS ACIN	ARS ERAR	ARS MOLI
PC	1.000	-0.167	0.896	0.029	0.674	0.478	0.808	0.792	0.906	0.827
GGAL	-0.167	1.000	-0.339	0.862	-0.368	0.295	-0.295	-0.138	-0.300	-0.358
ERCA	0.896	-0.339	1.000	-0.191	0.908	0.114	0.961	0.701	0.968	0.979
FRAN	0.029	0.862	-0.191	1.000	-0.271	0.292	-0.138	-0.116	-0.162	-0.239
INDU	0.674	-0.368	0.908	-0.271	1.000	-0.215	0.940	0.522	0.847	0.915
TECO	0.478	0.295	0.114	0.292	-0.215	1.000	-0.045	0.613	0.228	0.030
REP	0.808	-0.295	0.961	-0.138	0.940	-0.045	1.000	0.531	0.903	0.968
ACIN	0.792	-0.138	0.701	-0.116	0.522	0.613	0.531	1.000	0.790	0.632
ERAR	0.906	-0.300	0.968	-0.162	0.847	0.228	0.903	0.790	1.000	0.953
MOLI	0.827	-0.358	0.979	-0.239	0.915	0.030	0.968	0.632	0.953	1.000

Diversificación

El objetivo fundamental de las inversiones puede ser expresado de dos maneras, los inversores deben tender a maximizar sus retornos dados un nivel x de riesgo o a minimizar el riesgo dado un nivel x de retorno. La diversificación puede ayudar a los inversores a lograr este objetivo fundamental. Esto significa invertir la totalidad de los fondos en un número de activos de diferentes sectores donde los retornos no están directamente relacionados la mayoría del tiempo, con el objetivo de reducir el riesgo.

Si consideramos un ejemplo de una cartera con solamente dos activos, la efectividad de la diversificación puede ser analizada de acuerdo a distintos niveles de correlación.

Retornos con correlación perfecta y positiva, Si los retornos de dos activos están correlacionados perfectamente y de forma positiva, los mismos tendrán movimientos en la misma dirección y unificados. Entonces el rendimiento y riesgo de esa cartera será iguales al promedio ponderado del riesgo y retorno de los activos que la componen.

Veamos el siguiente ejemplo:

Si la correlación es perfectamente positiva entonces $\delta = 1$. Entonces el riego de una cartera de 2 activos correlacionados perfectamente positivos es igual a:

$$\delta = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A * \sigma_B} \longrightarrow \sigma_{AB} = \sigma_A * \sigma_B * \delta \longrightarrow \sigma_{AB} = \sigma_A * \sigma_B * 1$$

$$\sigma^2_P = X^2 * \sigma^2_A + Y^2 * \sigma^2_B + 2\,X\,Y\,\sigma_A * \sigma_B \quad \text{(Cuadrado de un Binomio)}$$

$$\sigma^2_P = (X * \sigma_A + Y * \sigma_B)^2$$

$$\sigma_P = (X * \sigma_A + Y * \sigma_B)$$

Si tenemos 2 activos con los siguientes datos:

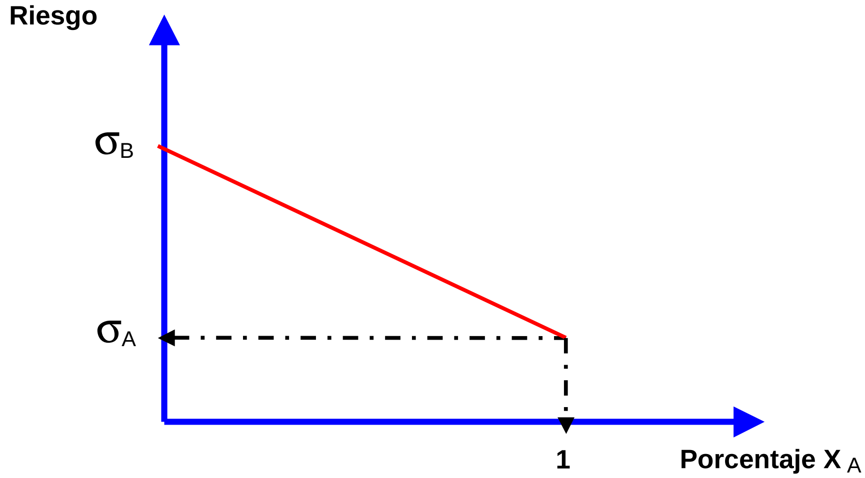
$\sigma_A = 10$ $\sigma_B = 11$ igual retorno esperado $R_{AB} = 10\%$

Y quisiéramos armar una cartera invirtiendo 50% en cada uno de ellos.

$$\sigma_P = (X * \sigma_A + Y * \sigma_B) = 0.5 * 10 + 0.5 * 11 = \mathbf{10.5}$$

En este caso la diversificación ***no reduce*** el riesgo del portafolio que la compone, sino que solamente lo ***pondera***. Ninguna ventaja adicional es obtenida si combinamos activos perfectamente correlacionados en forma positiva a una cartera.

Gráficamente:



Retornos con correlación perfecta y negativa, Si los retornos de dos activos están correlacionados perfectamente de forma negativa, los mismos tendrán movimientos en direcciones opuestas. Entonces si logramos formar una cartera con activos que se encuentren perfectamente correlacionados en forma negativa podemos garantizar la eliminación del riesgo de la cartera.

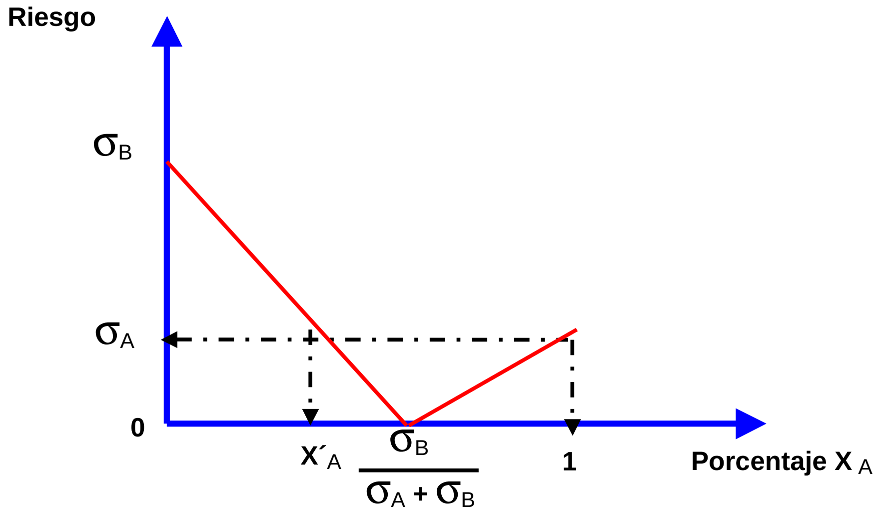
Si la correlación es perfectamente negativa entonces δ = -1. Entonces el riego de una cartera de 2 activos correlacionados perfectamente positivos es igual a:

$$\delta = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A * \sigma_B} \longrightarrow \sigma_{AB} = \sigma_A * \sigma_B * \delta \longrightarrow \sigma_{AB} = \sigma_A * \sigma_B * -1$$

$$\sigma^2{}_P = X^2 * \sigma^2{}_A + Y^2 * \sigma^2{}_B - 2\,X\,Y\,\sigma_A * \sigma_B \quad \text{(Cuadrado de un Binomio)}$$

$$\sigma^2{}_P = (X * \sigma_A - Y * \sigma_B)^2$$

Según el porcentaje invertido en el activo A obtenemos 2 ecuaciones que si la representamos en la recta serían las siguientes



Podemos concluir que cuando se consideran carteras constituidas por dos títulos con correlación perfecta negativa, existen algunas de ellas con riesgo inferior al del activo de menor riesgo, en efecto todas las carteras que contengan una proporción del activo A comprendida entre **X'_A** y σ_B / $\sigma_A+\sigma_B$, tendrán un riesgo de la cartera menor al riesgo del activo de mínimo riesgo. Es mas por las ventajas de la diversificación existe una combinación que hace que el riesgo de la cartera sea igual a cero.

Vea un ejemplo muy básico, si existiesen dos únicas posibilidades de eventos en un mercado donde si ocurre el evento 1 entonces el retorno del Activo A sería del 15% y el retorno del activo B del 5%, y si se diera el evento 2 entonces el retorno del Activo A sería del 5% y el retorno del activo B del 15%. Es muy claro que un portafolio igualmente ponderado en ambos activos siempre arrojaría una tasa de retorno igual al 10% sin importar si ocurriese el evento 1 o 2. Si los retornos están garantizados entonces el riesgo de la cartera sería 0.

Si un inversor encontrase dos activos perfectamente correlacionados en forma negativa, podría formar una cartera eliminando el riesgo, este es un ejemplo bastante básico pero útil para ejemplificar como la correlación puede disminuir e eliminar el riesgo de una cartera.

Retornos incorrelacionados, si los retornos de ambos activos no tienen ninguna relación, quieren decir que los activos están incorrelacionados, si combinamos 2 activos incorrelacionados pueden ayudar a reducir el riesgo de una cartera, veamos un ejemplo que ayude a ilustrar lo dicho:

$$\sigma_A = 10 \qquad \sigma_B = 11$$

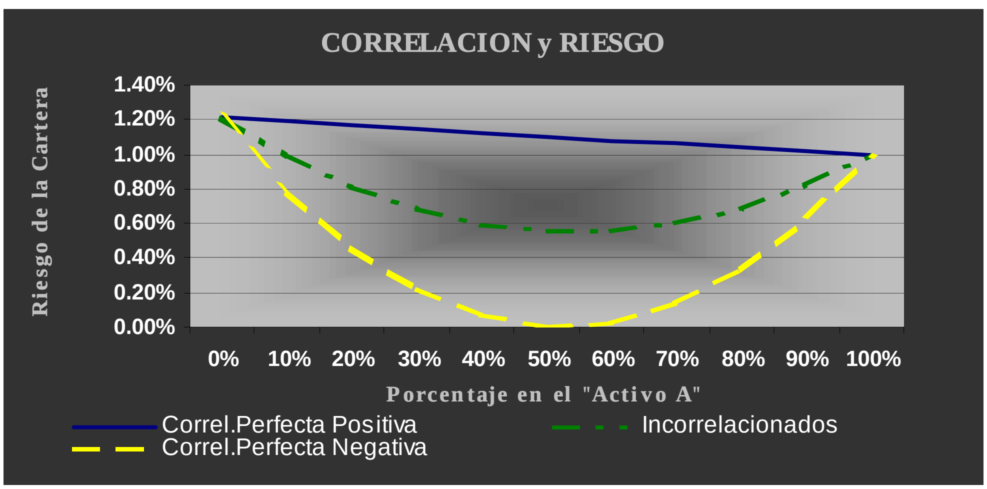
El portafolio esta ponderado en igual proporción X=50% e Y=50% la varianza de la cartera sería:

$$\sigma^2_P = X^2 * \sigma^2_A + Y^2 * \sigma^2_B + 2XY\sigma_{AB}$$

Como los retornos del portafolio se asumen que están incorrelacionados la covarianza del mismo será cero. Esto significa que la varianza de la cartera será igual a:

$$\sigma^2{}_P = X^2 * \sigma^2{}_A + Y^2 * \sigma^2{}_B + 0$$
$$= (0.5)^2\,(10)^2 + (0.5)^2\,(11)^2$$
$$= (0.25 * 100) + (0.25 * 121)$$
$$= 55.25$$
$$= \sqrt{55.25}$$
$$= 7.43$$

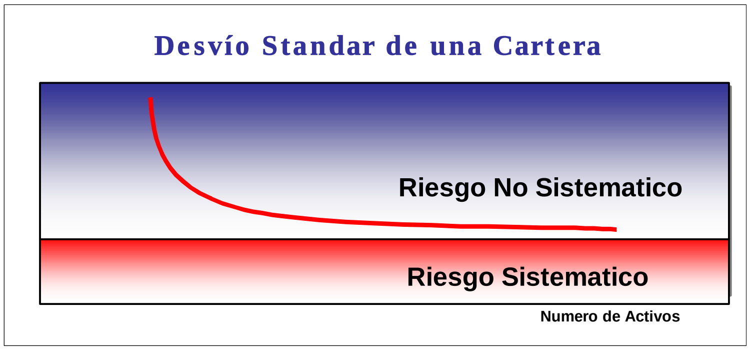
El desvío estándar de la cartera compuesta por ambos activos es menor al desvío de cada uno de los activos tomados en forma individual. La diversificación con activos cuyos retornos se encuentran incorrelacionados tienden a formar una cartera de menor riesgo. La Diversificación tiende a bajar el riesgo de una cartera siempre y cuando la correlación existente entre los retornos de los activos que la componen no se encuentre perfectamente correlacionados en forma positiva. Cuanto más grande es la correlación positiva de los retornos menor es el efecto que la diversificación tiene sobre el riesgo de la cartera, alternativamente, cuanto más negativa sea la correlación mayor será el efecto de la diversificación sobre el riesgo de la cartera.



Diversificación y Números de Activos

Cuanto mayor sea el número de activos incluido en un portafolio, mayor será el impacto en el riesgo debido a la diversificación. Evans y Archer han realizado un estudio hace algunos años que ilustra muy bien este punto, ellos han estudiado los retornos de 470 acciones del New York Stock Exchange y descubrieron que en promedio el desvío estándar cae mas y más cuanto mayor es la cantidad de activos incluidos en una cartera.

El desvío estándar promedio de un activo es igual a 21%, para carteras de 2 activos el desvío cae en promedio a 16%, carteras de 3 activos tienen un desvío de 15% y cuando son 470 activos el desvío es de 11.6%.



Esto significa que si bien podemos eliminar algo de riesgo debido a la diversificación, existe un nivel de riesgo de cartera que permanecerá no importe cual es la cantidad de activos que incluya dicha cartera. Este riesgo es conocido con el nombre de Riesgo Sistemático o Riesgo de mercado, que es aquel inherente a todos los activos en general. El riesgo No-Sistemático refleja el porcentaje de riesgo inherente a cada activo en particular y es aquel que puede ser eliminado a través de la diversificación.

Decisiones eficientes de Inversión

Concepto de Criterio de Eficiencia y Conjunto Eficiente

Las reglas de decisión vistas hasta este momento permitían decidir entre dos opciones si una de ellas es preferida a la otra o bien si son indiferentes. Veamos los distintos criterios que determinan aquel conjunto de alternativas que **N**o serán tenidas en cuenta por ningún inversor racional, a este criterio se lo llama "Criterio de Eficiencia", aquellas carteras no elegidas pertenecerán al conjunto ineficiente y las restantes serán carteras eficientes.

El criterio tiene dos etapas:

1. Utilizar un criterio de eficiencia según la clase de inversor y reducir él numero de alternativas a aquellas solamente eficientes
2. Cada inversor elegirá dentro de las alternativas eficientes de acuerdo a su preferencia subjetiva.

Criterio de la Media- Varianza (CMV)

Los criterios de eficiencia y conjunto eficiente permiten separar las inversiones aun sin conocer la función de utilidad del inversor, facilitando la decisión de inversión en un contexto de información limitada. El modelo de la media varianza supone que los inversores tomas sus decisiones solamente considerando dos variables: Rendimiento esperado y la Varianza.

Si el inversor es racional presuponemos que prefiere mas rendimiento esperado a menos, es decir que a igual riesgo prefiere la inversión de mayor rendimiento esperado, y a igual rendimiento esperado prefiere la de menor riesgo. En conclusión el Criterio de la Media Varianza (CMV) establece que una alternativa A domina a otra B sí y sólo sí

$$E(R_A) >= E(R_B) \quad y \quad \sigma^2 (R_A) < \sigma^2 (R_B)$$

$$E(R_A) > E(R_B) \quad y \quad \sigma^2 (R_A) < o = \sigma^2 (R_B)$$

Ejemplo:

CARTERAS	A	B	C
σ^2 (R)	5%	5%	7%
E (R)	7%	8%	9%

La cartera B domina a la cartera A ya que a igual riesgo tiene mayor rendimiento esperado, relegando a la cartera "A" al portafolio ineficiente, quedando la cartera B y C como eficientes.

(El CMV es especialmente apropiado para cuando la función de utilidad es cuadrática, y cuando las tasas de rendimiento tienen una distribución normal)

Decisiones de Inversión

Casos Prácticos

Lo que buscamos en este punto es ver una serie casos que ejemplifiquen la influencia del rendimiento y riesgo en las decisiones de inversión en forma separada.

Utilizaremos para hacer más sencillos los cálculos una cartera de solo 2 activos, A y B donde X_A y X_B serán el porcentaje invertido en ambos activos para formar la cartera, y cuyos rendimientos están incorrelacionados. La justificación del uso de solo 2 activos es la simplificación del uso de formulas matemáticas y gráficos, ya que con 2 activos podemos llegar a la misma conclusión que utilizando n activos, y además deberían representar las carteras de n activos en gráficos de n dimensiones

$\mathbf{R}_A < \mathbf{R}_B$, el $\sigma_A < \sigma_B$ y la $\sigma_{AB} = 0$

Título	Rendimiento	Riesgo
Xi	Ri	σ_ι
A	5	2
B	10	5

Caso 1.-

Elección de la cartera teniendo en cuenta solamente el ***Rendimiento Esperado***.

$\mathbf{R}_C = X_A * \mathbf{R}_A + X_B * \mathbf{R}_B$
$\mathbf{R}_C = X_A * \mathbf{5} + X_B * 10$

En este caso el inversor elegirá la cartera constituida íntegramente con el activo B ya que es el de mayor rentabilidad, obteniendo un rendimiento esperado de 10, con un riesgo de 5. Teniendo en cuenta que $\mathbf{R}_A$ y $\mathbf{R}_B$ son valores dados, hay 3 variables X_A, X_B y $\mathbf{R}_C$, cuya interrelación se desea determinar.

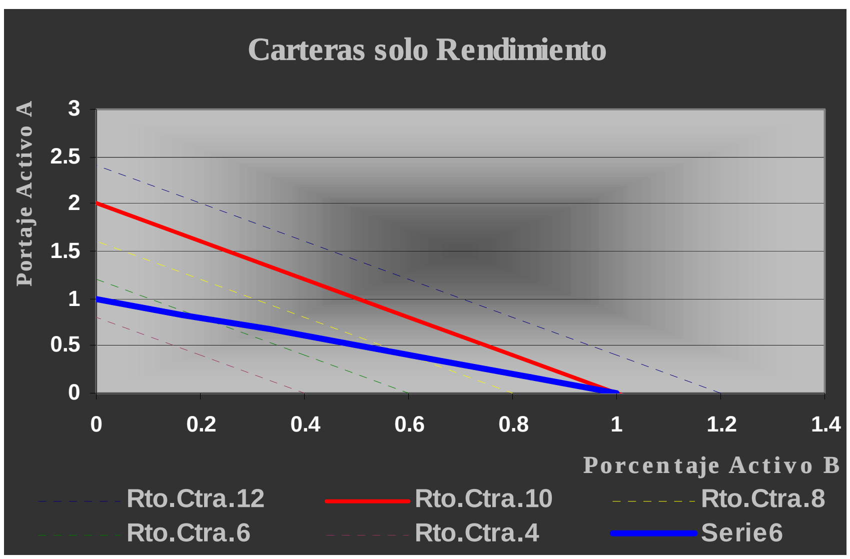
De la formula de rendimiento esperado de la cartera obtenemos la siguiente formula genérica que para un determinado rendimiento esperado de cartera, podemos obtener numerosa combinación de portafolios existentes.

$$X_A = \frac{R_C}{R_A} - \frac{R_B}{R_A} * X_B$$

SI	$R_C = 12$	Resulta	$X_A = \frac{12}{5} - \frac{10}{5} * X_B$
SI	$R_C = 10$	Resulta	$X_A = \frac{10}{5} - \frac{10}{5} * X_B$
SI	$R_C = 8$	Resulta	$X_A = \frac{8}{5} - \frac{10}{5} * X_B$
SI	$R_C = 6$	Resulta	$X_A = \frac{6}{5} - \frac{10}{5} * X_B$

Los puntos (X_A y X_B) pertenecientes a estas rectas representan distintas combinaciones de cartera cuyos rendimientos esperados son 12, 10, 8, 6. Dado que sobre cada uno de esas rectas el Rendimiento permanece constante, las mismas reciben el nombre de rectas iso-rendimiento.

Todas las rectas son paralelas ya que la pendiente de las mismas siempre es = $\frac{R_B}{R_A}$



Todo inversor construirá un portafolio representado por un punto perteneciente a la recta más lejana del origen. Si fuera posible el inversor trataría de formar un portafolio con R_C = a 12, pero esto no sería posible ya que tiene la restricción de armar una cartera donde $X_A + X_B = 1$. Cuya representación grafica es la recta que une los puntos ($X_A = 1$ y $X_B = 0$) y ($X_A = 0$ y $X_B = 1$). Esta recta no corta la recta iso-rendimiento 12, una de las posibilidades es la representada por el punto C, pero tendría un rendimiento menor al representado invirtiendo todo en el activo B.

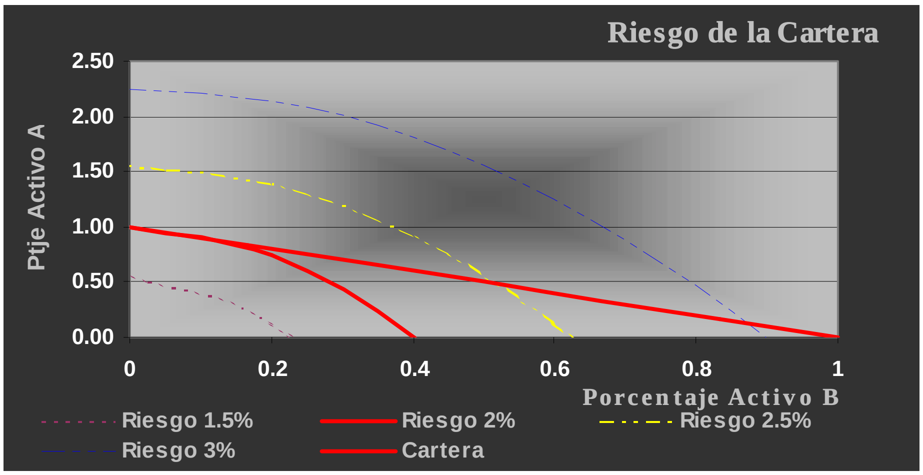
Concluyendo, los inversores que tomen decisiones de inversión teniendo en cuenta solamente el rendimiento esperado de los activos, invertirán todos sus fondos en el activo que tenga mayor rendimiento esperado.

Caso 2.-

Elección de la cartera teniendo en cuenta solamente el ***Riesgo***.

$$\sigma^2{}_P = X^2{}_A * \sigma^2{}_A + X^2{}_B * \sigma^2{}_B + 2XY\sigma_{AB}$$

$$\frac{\sigma^2{}_P}{\sigma^2{}_P} = \frac{X^2{}_A * \sigma^2{}_A + X^2{}_B * \sigma^2{}_B + 0}{\sigma^2{}_P} \qquad 1 = \frac{X^2{}_A}{\sigma^2{}_P / \sigma^2{}_A} + \frac{X^2{}_B}{\sigma^2{}_P / \sigma^2{}_B}$$



La combinación de menor riesgo no es la conformada por la totalidad del titulo de menor riesgo, para minimizar el riesgo si o si tengo que diversificar, salvo que me encuentre con activos perfectamente correlacionados en forma positiva.

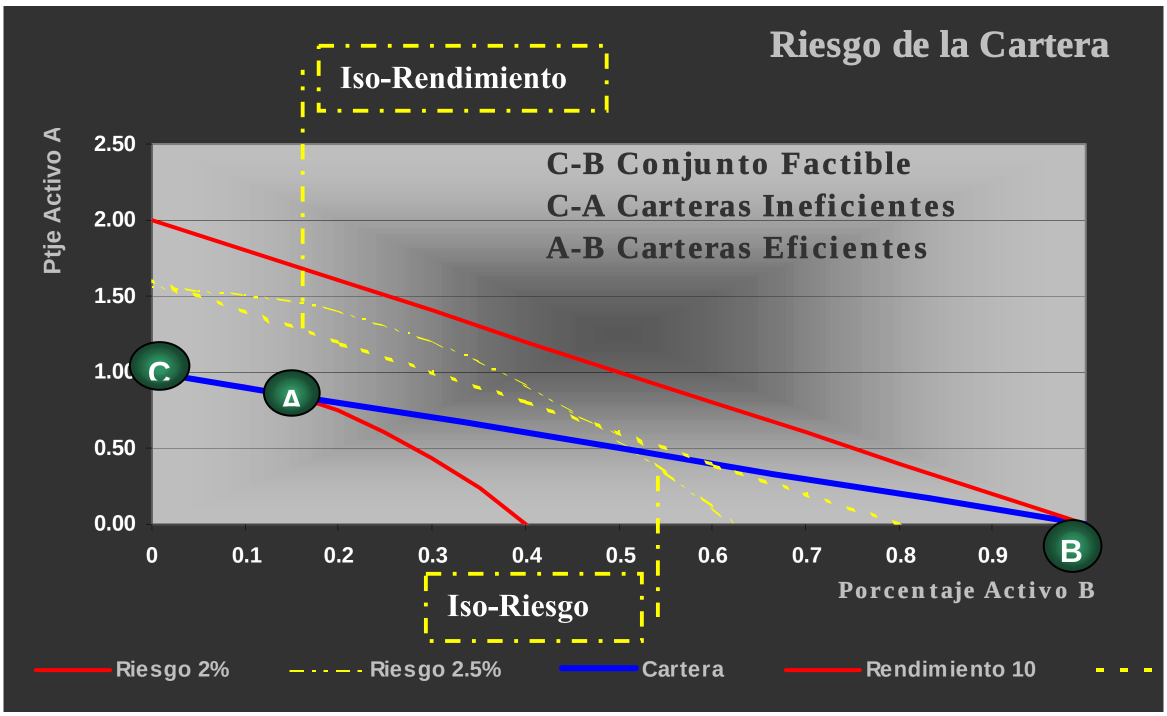
La cartera de menor riesgo entre dos activos:

$$X^*{}_A = \frac{\sigma^2{}_B - \sigma_{AB}}{\sigma^2{}_A + \sigma^2{}_B - 2 * \sigma_{AB}}$$

Caso 3.-

Elección de la cartera teniendo en cuenta el ***Rendimiento Esperado y el Riesgo***. Lo que buscamos es formar una cartera de mínimo riesgo y máxima rentabilidad esperada.

Para encontrar las combinaciones que arrojen carteras eficientes debemos representar gráficamente las conclusiones del Caso 1 y 2. Podemos concluir rápidamente que las combinaciones eficientes se ubicaran entre el punto A y B siendo el punto B la cartera de máxima rentabilidad y el punto A la de minino riesgo como hemos visto en los casos anteriores. Cualquier combinación entre los puntos A y C excluido A son carteras ineficientes ya que tienen mas riesgo que la cartera A y a su vez menos rentabilidad esperada.



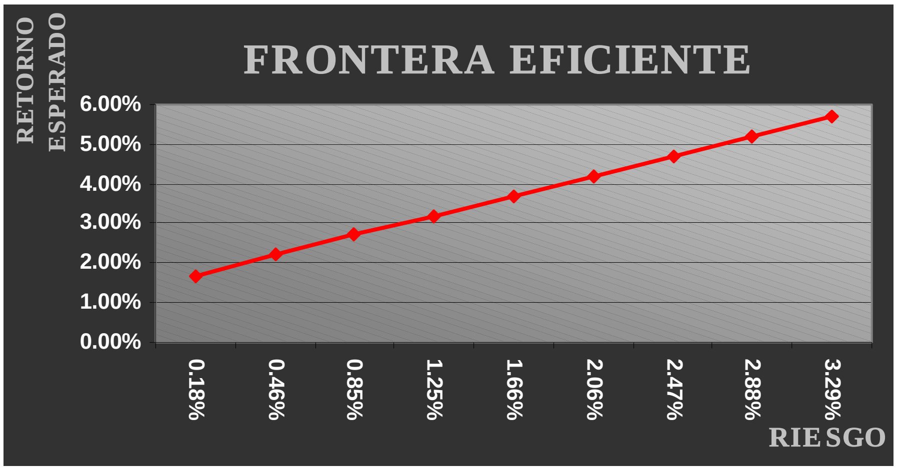
<u>Conjunto Factible:</u> [**BC**]
<u>Conjunto Eficiente:</u> [**AB**] Va desde la de mínimo Riesgo "A" hasta la de Máxima Rentabilidad "B".
<u>Conjunto Ineficiente</u>: [**AC**]

La cartera "D" es ineficiente porque ser dominada por la cartera "A", ya que la cartera "A" tiene menor Riesgo por estar parada sobre una recta Iso-Riesgo más cercana al origen y mayor rentabilidad por estar sobre una recta Iso-Rendimiento más lejana del origen.

La cartera "E" es eficiente porque no es dominada por ninguna otra cartera, ya que si bien tiene mayor Riesgo que "A" por estar parada sobre una recta Iso-Riesgo más lejana tiene mayor rentabilidad por estar sobre una recta Iso-Rendimiento más lejana también. Y a su vez pasa exactamente lo mismo con la cartera "B".

Caso 4.-

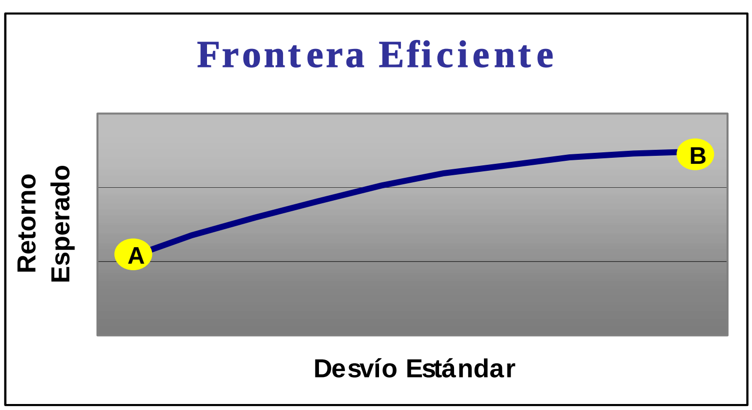
Si queremos ver cual serían las carteras eficientes teniendo en cuenta el criterio de la media varianza (CMV), es decir, lo visto en el caso 3, pero con una cantidad x de activos, la representación grafica sería la siguiente:



La Frontera Eficiente

Para un número dado de activos existe un número posible de carteras que se constituyen variando el porcentaje invertido en cada uno de los activos que la componen. Por lo que podemos asumir que un Inversor Racional estará interesado en aquellos portafolios que ofrezcan el máximo retorno esperado dado un nivel de riesgo, o el mínimo riesgo dado un nivel de retorno esperado dado. Estos portafolios o carteras son denominados eficientes o dominantes y están sobre una curva llamada Frontera eficiente.

El retorno esperado esta medido a lo largo del eje “Y” y el desvío estándar a lo largo del eje X. El área sobre la curva AB representa la variedad de carteras eficientes que pueden ser construidas con los activos dados.



Construcción de la frontera eficiente

En esta parte vamos a tratar de construir una cartera eficiente, tomando como eficiente el criterio de la Media Varianza (CMV), construir una cartera implica determinar concretamente que proporción de capital del inversor debe asignarse a cada uno de los activos que componen esa cartera para lograr obtener la eficiencia de esa cartera.

Supuestos:

- Dado un Riesgo de cartera, maximizar el rendimiento esperado.
- Dado un Retorno esperado, minimizar el riesgo de la cartera.

Datos:

- Rentabilidad esperado y Riesgo (Varianza) de "n" activos
- Covarianza existente entre los "n" activos
- La sumatoria de los $X_i = 1$

Caso 1: ***"Ventas en descubierto son irrestrictas"***

Objetivo:

Minimizar la varianza de la cartera $\sigma^2_P = {}^t\mathbf{X} * \mathbf{V} * \mathbf{X}$
Sujeto a distintos retornos de la cartera $\mathbf{E}_p = {}^t\mathbf{X} * \mathbf{E}$
Donde $\sum X_i = 1$

a) Encontrar la cartera de mínimo riesgo: Lo hacemos a través de un sistema de ecuaciones lineales, donde llegamos a la conclusión:

$$X'^{*} = C^{*-1} * B^{*}$$

Matriz de Varianzas y Covarianzas

$$C^* = \begin{pmatrix} V & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector de los términos Independientes

$$C^* = \begin{pmatrix} \sigma^2_1 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma^2_2 & \sigma_{23} & 1 \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma^2_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad X' = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ Des/2 \end{pmatrix} \quad = \quad B^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de Coeficientes del Sistema

Matriz de las Incógnitas

Veamos un Ejemplo con 2 activos

$$E = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$C^{*} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \; * \; X' = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Des/2 \end{pmatrix} \; = \; B^{*} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{*-1} = \begin{pmatrix} 0.1429 & -0.143 & 0.857 \\ -0.143 & 0.1429 & 0.143 \\ 0.8571 & 0.1429 & -3.86 \end{pmatrix} \; * \; B^{*} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \; = \; X' = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 0.8571 \\ 0.1429 \\ -3.857 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} X^{*}_{1} \\ X^{*}_{2} \\ \end{array}$$

Para pasar de C^{*} a $\rightarrow$ C^{*-1} debo utilizar la formula de excel "MINVERSA", y luego presionar: primero F2 y Ctrl + Shift + Enter.

Para obtener los porcentajes a invertir en cada uno de los activos para obtener la cartera de mínimo riesgo debo multiplicar la matriz C^{*-1} $\rightarrow$ con la matriz B^{*}.
Debo utilizar la formula de excel "MMULT" y luego presionar: primero F2 y Ctrl + Shift + Enter.

Comprobemos el resultado:

$$X^{*}_{A} = \frac{\sigma^{2}_{B} - \sigma_{AB}}{\sigma^{2}_{A} + \sigma^{2}_{B} - 2 * \sigma_{AB}}$$

$$X^{*}_{A} = \frac{9 - 3}{4 + 9 - 6} = 0.86$$

Para obtener la rentabilidad esperada y el riesgo de una cartera, en este caso la de mínimo riesgo, debemos utilizar las herramientas de excel que permiten reemplazar a las formulas ya vistas para facilitar los cálculos.

Retorno Esperado de una cartera

$$\bar{E}_C = X_1\bar{E}_1 + X_2\bar{E}_2 + X_3\bar{E}_3 + \ldots + X_n\bar{E}_n$$

En excel:

Debemos multiplicar la matriz E_i (Retornos esperados de cada uno de los activos que componen la cartera) por la matriz ${}^tX$ (Que representa los distintos porcentajes invertidos en cada uno de los activos que componen la cartera)

$$\mathbf{E}_C = {}^tX * E_i$$

1. Para obtener ${}^tX$ debemos utilizar la formula de Excel "TRANSPONER"

$$X^* = \begin{pmatrix} 0.8571 \\ 0.1429 \end{pmatrix} \qquad {}^tX^* = \begin{pmatrix} 0.85714286 & 0.14285714 \end{pmatrix}$$

2. Luego utilizar la función de excel "MMULT"

$${}^tX^* = \begin{pmatrix} 0.85714286 & 0.14285714 \end{pmatrix} \quad * \quad E_i = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E_C} = {}^t\mathbf{X}^* * \mathbf{E}^i$$

$$\mathbf{E_C} = \mathbf{3.42857143}$$

Riesgo de una Cartera

Para 2 activos:

$$\sigma^2{}_P = X^2 * \sigma^2{}_A + Y^2 * \sigma^2{}_B + 2XY\sigma_{AB}$$

La Varianza de una cartera de n activos es igual a:

$$\sigma^2{}_P = \sum X_i^2 * \sigma^2{}_i + 2 \sum_i \sum_j X_i Y_j \sigma_{ij}$$

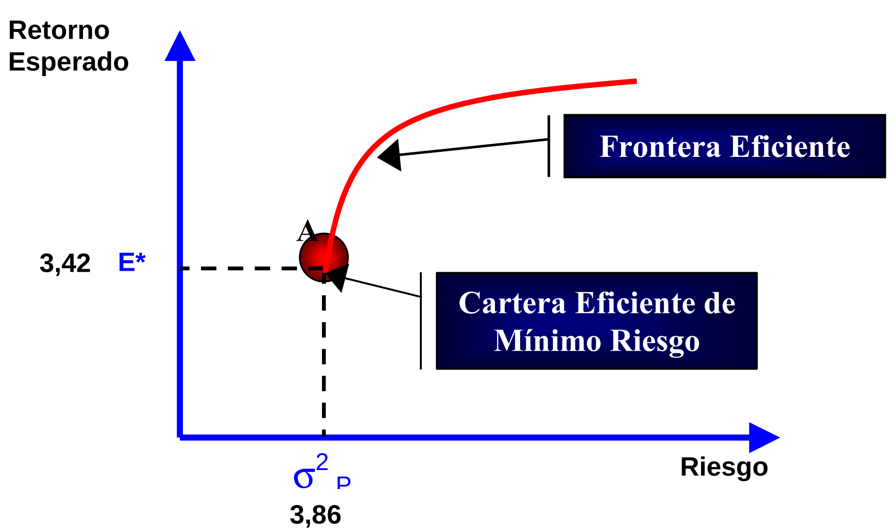
En excel:

$$\sigma^2{}_P = X^t * V * X$$

$$\sigma^2{}_P = \text{MMULT(MMULT(TRANSPONER(D15:D16),E5:F6),D15:D16)}$$

$$\sigma^2{}_P = 3.8571$$

En este primer caso hemos encontrado el punto de origen de la frontera eficiente, donde se ubica la cartera de mínimo riesgo.



b) Obtener las demás carteras eficientes a partir de la cartera de mínimo riesgo.

$$X'' = C''^{-1} * B^{*}$$

$$C'' = \begin{pmatrix} V & E & 1 \\ {}^{t}E & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C^{*} = \begin{pmatrix} \sigma^2_1 & \sigma_{12} & E_1 & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma^2_2 & E_2 & 1 \\ E_1 & E_2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad X' = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Var/2 \\ Var2/2 \end{pmatrix} \quad = \quad B^{*} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Ep \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo:

$$X'' = C''^{-1} * B^{*}$$

C=

4	3	3	1
3	9	6	1
3	6	0	0
1	1	0	0

C^{*-1}=

6E-17	-6E-17	-0.3333	2
-7E-17	5E-17	0.3333	-1
-0.3333	0.3333	-0.7778	2.6667
2	-1	2.6667	-13

B

0
0
3.6
1

Rendimiento Esperado de Carteras Eficientes

X"=

0.8	**X1**
0.2	**X2**
0.1333	
-3.4	

Para pasar de C^{*} a $\rightarrow$ C^{*-1} debo utilizar la formula de excel “MINVERSA”, y luego presionar: primero F2 y Ctrl + Shift + Enter.

Para obtener los porcentajes a invertir en cada uno de los activos para obtener una cartera eficiente debo multiplicar la matriz C^{*-1} $\rightarrow$ con la matriz B^{*}.
Debo utilizar la formula de excel “MMULT” y luego presionar: primero F2 y Ctrl + Shift + Enter.

Riesgo de la Cartera de Rendimiento Esperado = 3.6

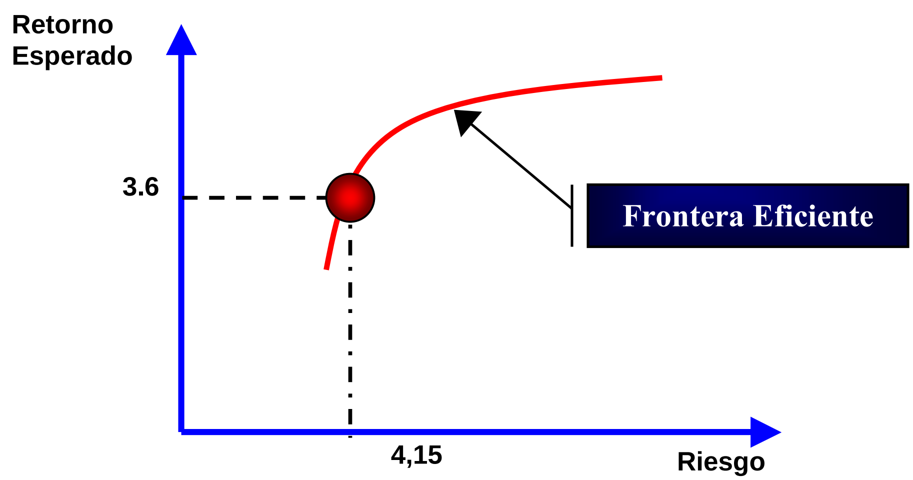
En excel:

$$\sigma^2{}_P = X^t * V * X$$

$$\sigma^2{}_P = \text{MMULT(MMULT(TRANSPONER(D15:D16),E5:F6),D15:D16)}$$

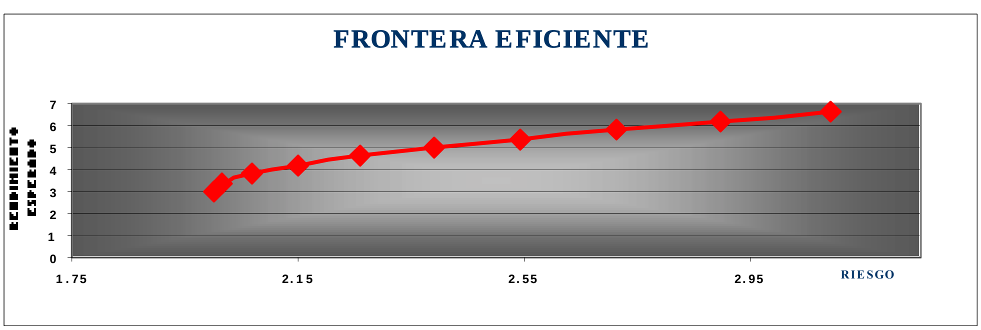
$$\sigma^2{}_P = 4.1543$$

De esta manera encontramos otra cartera eficiente cuyo retorno esperado es 3.6% y riesgo igual a: 4,1543%



c) Repetir
el punto b) aumentando la rentabilidad esperada ubicada en la matriz B* y obtendremos:

Cartera Eficiente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X1	1	0.9429	0.8857	0.8286	0.7714	0.7143	0.6571	0.6	0.5429	0.4857
X3	0	0.0571	0.1143	0.1714	0.2286	0.2857	0.3429	0.4	0.4571	0.5143
Var=	4	4.0686	4.2743	4.6171	5.0971	5.7143	6.4686	7.36	8.3886	9.5543
Des=	2	2.0171	2.0674	2.1488	2.2577	2.3905	2.5433	2.7129	2.8963	3.091
Ep=	3	3.4	3.8	4.2	4.6	5	5.4	5.8	6.2	6.6



Construcción de la frontera eficiente con Tasa Libre de Riesgo

El activo Libre de Riesgo es el rendimiento de un activo con $\sigma^2_F = 0$
Lo que buscamos es hacer una inversión en la cartera "A" de riesgo, combinada con una inversión en el activo libre de riesgo R_f. Ambos activos se encuentran incorrelacionados debido a que el activo de riesgo es una variable aleatoria y el activo libre de riesgo es una constante.

La rentabilidad esperada de dicha combinación será igual a:

$$E_P = X * E_A + (1-X) * R_f$$

El Riesgo de dicha combinación será igual a:

$$\sigma^2_P = X^2 * \sigma^2_A + (1-X) * 0 + 0$$

El riesgo del Activo libre de riesgo es = 0

Ambos Activos (A y R_f) están incorrelacionados

$$\sigma^2_P = X^2 * \sigma^2_A$$

Riesgo de la Cartera invirtiendo X en e activo riesgoso y (1-X) en el activo libre de riesgo:

$$\sigma_P = X * \sigma_A$$

Donde:

$$X = \frac{\sigma_P}{\sigma_A}$$

Si reemplazamos X en la formula E_P, encontramos:

$$E_P = X * E_A + (1 - X) * R_f$$

$$E_P = \frac{\sigma_P}{\sigma_A} * E_A + \left(1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_A}\right) * R_f$$

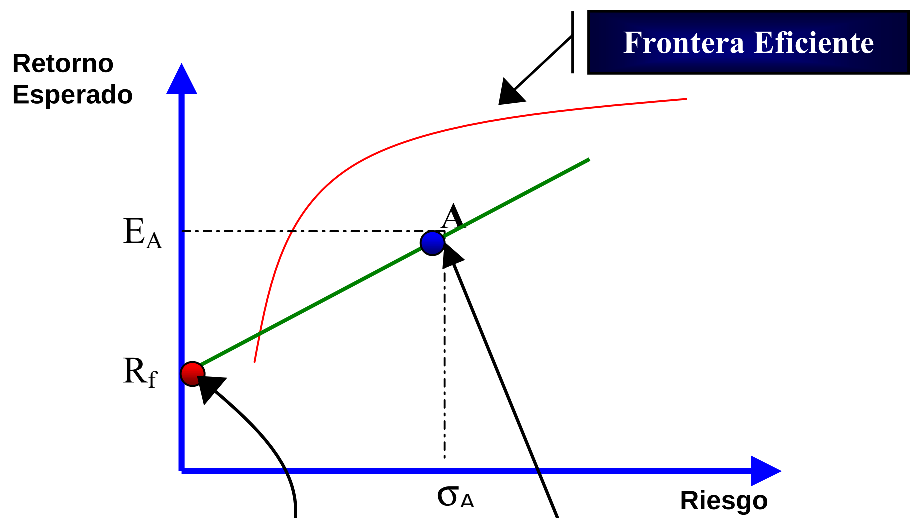
$$E_P = \frac{\sigma_P}{\sigma_A} * E_A + R_f - \frac{\sigma_P}{\sigma_A} * R_f \quad \text{(Común denominador } \frac{\sigma_P}{\sigma_A}\text{)}$$

$$\boxed{E_P = \frac{E_A - R_f}{\sigma_A} \sigma_P + R_f}$$

La ecuación:

$$E_P = \frac{E_A - R_f}{\sigma_A}\,\sigma_P + R_f$$

Es una recta con origen en R_f y que pasa por el activo o cartera "A".



Si X = 0, Entonces:

$E_P = 1 * R_f$
$\sigma_P = 0$
Punto :

Si X = 1, entonces:

$E_P = E_A$
$\sigma_P = \sigma_A$
Punto :

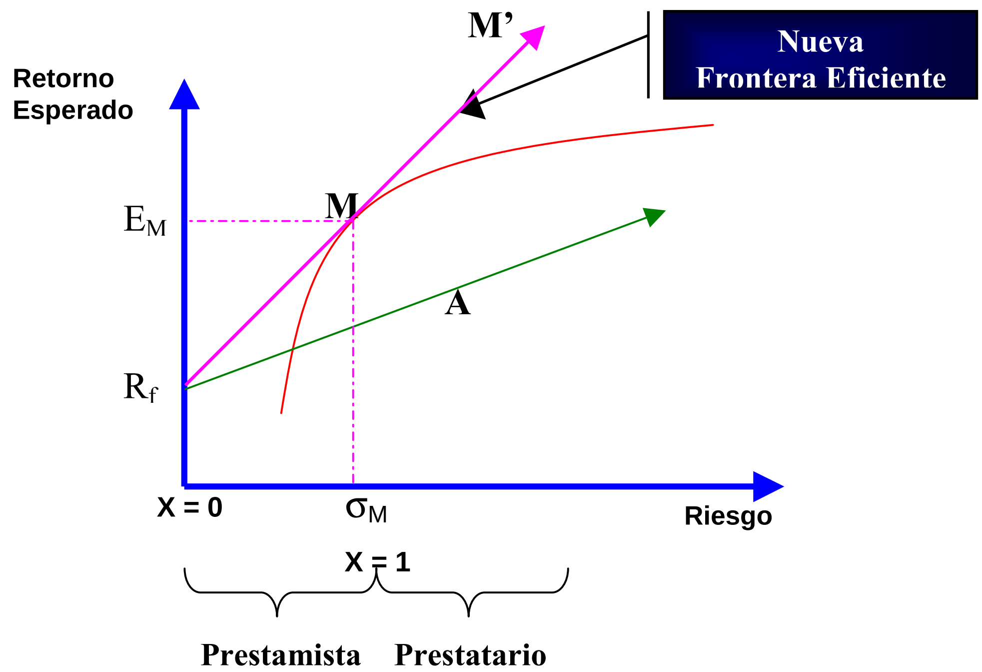
Si la recta $\boxed{E_P = \frac{E_A - R_f}{\sigma_A}\,\sigma_P + R_f}$ pasase justo por la cartera M encontrásemos

Una nueva Frontera eficiente, gracias a la existencia del activo libre de riesgo.

La ecuación de la nueva Frontera Eficiente incluyendo el activo sin riesgo sería igual a:

$$E_P = \frac{E_M - R_f}{\sigma_M}\,\sigma_P + R_f$$

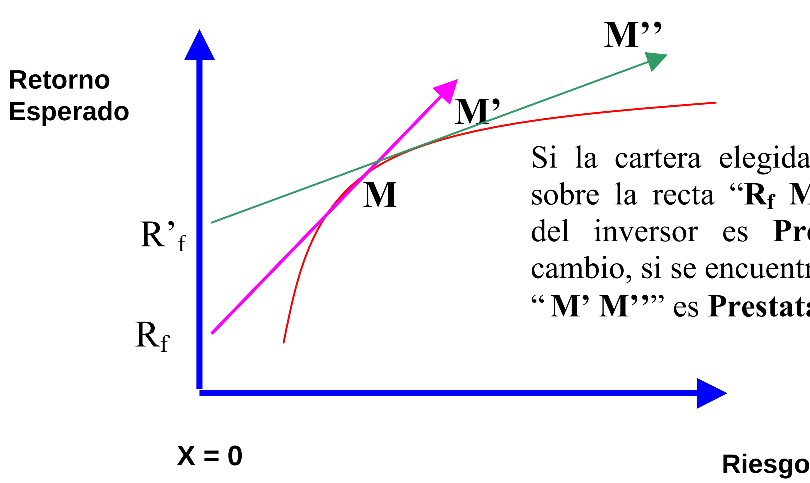
Veámoslo:



El inversor se convierte en prestamista si la cartera que elige se encuentra en la recta "R_f **M"**, en cambio si la cartera elegida se encentra sobre la rect "**M M'**" su posición es la de prestatario.

En el caso que sea prestamista, una porción de su dinero es prestada a la tasa libre de riesgo y el resto es invertida en el portafolio M, en el caso que el inversor sea prestatario va a tomar dinero prestado a la tasa libre de riesgo y lo va a invertir en el portafolio M.

Veamos el caso donde la tasa libre a la que tomo prestado o presto no son iguales



Si la cartera elegida se encuentra sobre la recta "**R_f M"** la posición del inversor es **Prestamista**, en cambio, si se encuentra en la recta "**M' M''**" es **Prestatario**.

Una vez entendido teóricamente el modelo, debemos ver como encontramos la cartera "M" en la práctica:

Supuestos:

- ✓ Pedimos prestado y prestamos a la tasa Libre de Riesgo.

Como obtenemos "M":

$$\mathbf{V * Z = E - R} \quad \text{(sistema de ecuación lineal)}$$

Donde:

V = vector de varianzas y covarianzas
Z = Incógnita
E = Rendimientos esperados de los activos
R = vector columna cuyos componentes son la tasa R_f

$$\mathbf{Z = V^{-1} * (E - R)}$$

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum Z_i}$$

Conclusión:

$E_M = {}^tX * E$
$\sigma_M = {}^tX * V * X$

Ejercicio Práctico:

Datos

$$E = \begin{vmatrix} 3 \\ 6 \\ 10 \end{vmatrix} \quad V = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 9 & 6 \\ 4 & 6 & 25 \end{vmatrix} \quad R = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

Tasa libre de riesgo = 2%

Primero debe encontrar la cartera "M".

$$Z = V^{-1} * (E - R)$$

V'=	0.35593	-0.096	-0.0339	**E-R=**	1	**Z=**	-0.299
	-0.096	0.15819	-0.0226		4		0.3559
	-0.0339	-0.0226	0.05085		8		0.2825

Para pasar de **V** a $\mathbf{V^{-1}}$ debemos utilizar la formula de excel "MINVERSA"

El vector **E–R** lo obtenemos restando cada uno de los retornos esperados de todos los activos por la tasa libre de riesgo (R = 2%)

Z, lo obtenemos multiplicando ambas matrices con la formula de excel "MMULT".

Una vez encontrado el vector Z, debemos encontrar las distintas proporciones a invertir en cada uno de los activos para encontrar la cartera M. Esto lo hacemos, dividiendo cada uno de los valores del vector Z por la suma total de dichos valores.

Z=	-0.299	$\mathbf{X_1=}$	-0.883
	0.3559	$\mathbf{X_2=}$	1.05
	0.2825	$\mathbf{X_3=}$	0.8333
Suma=	**0.339**		

- 0.883 / 0.339

La **Rentabilidad Esperada** de la Cartera es igual a:

$E_M = {}^tX * E$

$E_M = 11.983$

El **Riesgo** de la cartera es igual a:

$\sigma_M = {}^tX * V * X$

$\sigma^2_M = 29.4508$

$\sigma_M = 5{,}4269$

La ecuación de la Frontera Eficiente es igual a:

$$\boxed{E_P = \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \sigma_P + R_f}$$

$$E_P = \frac{11{,}98 - 2}{29{,}45} * \sigma_P + 2$$

$$\mathbf{E_P = 1{,}8396 * \sigma_P + 2}$$

Si un inversor exigiera un **Riesgo** igual a (σ_C) 1.9615, como obtenemos el Rendimiento Esperado de la misma y los porcentajes a invertir en M y en R_f.

$E_C = 1{,}8396 * 1{,}9615 + 2$

$\mathbf{E_C = 5{,}6085}$

$\mathbf{X = \dfrac{\sigma_C}{\sigma_M}}$ $\quad \mathbf{X = \dfrac{1{,}9615}{5{,}4269}}$ $\quad$ **X = 36 %** (porcentaje de M)

Para determinar los distintos porcentajes a invertir en cada uno de los 3 activos hacemos:

A Riesgo: 36% **% a invertir en Activos**

36% *	-0.883	-0,318 $\mathbf{X_1}$
36% *	1.05	0,378 $\mathbf{X_2}$
36% *	0.8333	0.300 $\mathbf{X_3}$

Sin Riesgo: 67%

$\mathbf{E_C = X * M + (1\text{-}X) * R_f}$

$\mathbf{E_C = 0.36 * 11.983 + (1 - 0{,}36) * 2}$

$\mathbf{E_C = 5{,}6085}$

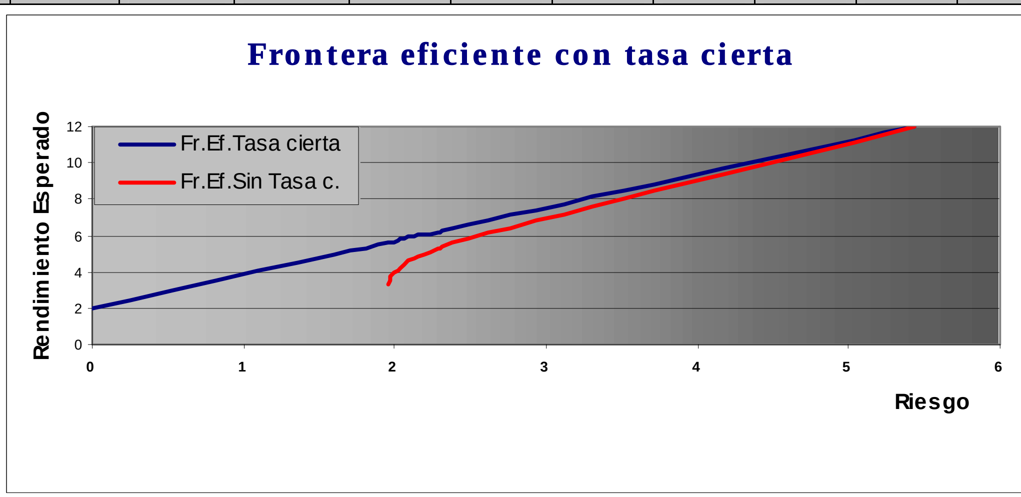
Si un inversor exigiera un **Retorno Esperado** igual a (E_C) 5,6085, como obtenemos el Rendimiento Esperado de la misma y los porcentajes a invertir en M y en R_f.

$\sigma_C = \mathbf{\dfrac{E_C - 2}{1{,}8396}}$

$\sigma_C = \mathbf{1{,}9615}$

Variando los desvíos obtenemos diferentes puntos sobre la frontera eficiente

Sc	0	1.96159	1.9649	1.9828	2.0157	2.063	2.1237	2.1966	2.2807	2.3747	5.4269
Ec	2	5.60856	5.61466	5.6475	5.7081	5.7951	5.9067	6.0409	6.1956	6.3685	11.983



Capital Asset Pricing Model (CAPM)

El ***Capital Asset Pricing Model*** puede traducirse también como ***Modelos de equilibrio de los Activos Financieros*** intenta explicar como podemos obtener el precio de determinados activos financieros con relación al nivel de riesgo de cada uno de ellos, mas precisamente, lo que este modelo busca es encontrar el precio justo de cada activo que asegure al inversor un retorno que compense el riesgo de dicho activo siempre que sea mantenido en una cartera bien diversificada.

Los creadores de este modelo fueron los economistas: Sharpe, Lintner, Mossin y Treynor. Este modelo se apoya en la Teoría de la Cartera de Markowitz, pero agrega a los supuestos ya utilizados por Markowitz algunos más:

- Los inversores eligen sus carteras sobre la base del retorno esperado y el riesgo únicamente.
- Los inversores son aversos al riesgo y buscan maximizar el valor esperado de los rendimientos.
- Todos los inversores tienden al mismo horizonte de decisión en cuanto a las inversiones
- En el mercado hay competencia perfecta, no existen costos de transacción ni impuestos a la renta, capitales y transferencia de títulos, todos los activos son infinitamente divisibles, la información es gratuita y esta al alcance de todos los inversores y estos pueden endeudarse y prestar a la misma tasa sin limitaciones.
- Existe homogeneidad en las expectativas y en el conjunto de inversiones factibles

Cuan realistas son los supuestos de CAPM

Si bien los supuestos en los que sé bada en modelo no son del todo realistas, la utilización de los mismos se debe a tratar de mostrar la relación entre riesgo y retorno esperado de una manera más sencilla.

Por ejemplo, si incluyéramos los impuestos y costos de transacción se volvería muy dificultoso mostrar la relación existente entre riesgo y retorno. Del mismo modo si la información estuviera al alcance de todos los inversores en forma sencilla sería imposible que algunos inversores tomen ventajas sobre otros.

Implicancias de los supuestos del CAPM

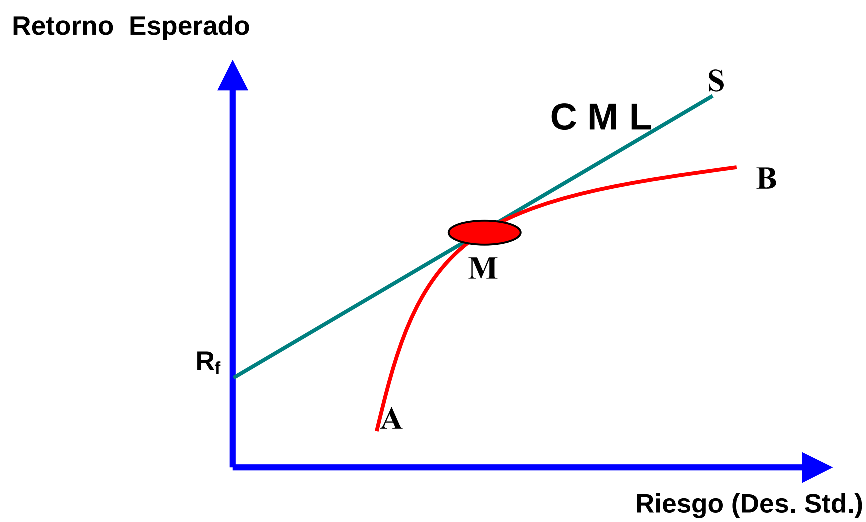
Teniendo en cuenta que los supuestos del modelo no son del todo realistas, pensemos por un instante como sería el comportamiento de los inversores en el caso de que dichos supuestos fueran reales.

Primero, debido al hecho de que todos los inversores tienen las mismas expectativas, ellos obtendrán el mismo conjunto de carteras eficientes para elegir. El supuesto de tomar y prestar dinero a la misma tasa, implica que los inversores pueden combinar una suma de carteras con riesgo con otras sin riesgo. La cantidad de dinero que un inversor esta dispuesto a pedir prestado o a prestar depende de su tolerancia al riesgo, por ejemplo un inversor propenso al riesgo tomara dinero a la tasa libre de riesgo para invertirlas en activos riesgosos con el objetivo de aumentar el retorno esperado.

En equilibrio, la cartera optima será la misma para todos los inversores, esta cartera conocida como la ***cartera de mercado***, estará constituida únicamente por todos los activos de riesgo de mercado, cada uno de los mismos en la exacta proporción que representa su valor total con respecto a la suma de los valores de todos ellos. Si bien esta cartera es poco probable que exista realmente puede aproximarse a las carteras que se toman como base para construir índices representativos de la evolución general de las cotizaciones de distintas bolsas (NYSE, MERVAL.

The Capital Market Line

Debido a que los inversores pueden prestar y tomar prestado a la tasa libre de riesgo, los inversores pueden lograr tasas de retorno superiores a los del modelo de Markowitz según el nivel de riesgo que estén dispuestos a tomar.



La Recta $R_f MS$ es conocida con el nombre **The Capital Market Line** (CML), todas las carteras sobre la recta CML son preferidas a las carteras sobre la recta AMB, debido a que las mismas tienen un retorno esperado mayor para cada nivel de riesgo dado. Esto se da en todas las carteras excepto la cartera de mercado M, que es junto el punto de tangencia entre la frontera eficiente de Markowitz y la recta CML..

Todos los inversores podrán ubicarse en cualquier punto de la recta combinando la cartera de mercado y prestando o tomando prestado a la tasa libre de riesgo. Una vez encontrada la recta de mercado los inversores podrán satisfacer las preferencias en cuanto a riesgo utilizando el supuesto del modelo de tomar y prestar en forma irrestricta a la tasa libre de riesgo.

Calculando Retornos Esperados

Para cualquier cartera sobre la Capital Market Line, el retorno esperado sobre el retorno libre de riesgo será calculado de la siguiente manera:

$$(R_i - R_f) = \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} * \sigma_p$$

Donde:

R_i = Retorno esperado de la cartera
R_m= Retorno esperado del mercado
R_f = Tasa libre de riesgo
σ_p = Desvío estándar de los retornos de la cartera
σ_m = Desvío estándar de los retornos del mercado

Cuanto más grande sea el desvío estándar de los retornos de la cartera, más grande será el retorno esperado por encima de la tasa libre de riesgo, dado un nivel de riesgo y retorno de la cartera de mercado.

La pendiente de la recta CML, esta dada por:

$$\frac{R_m - R_f}{\sigma_m}$$

La misma refleja el premio que deben obtener los inversores por tomar una unidad más de riesgo. Cuanto más grande sea la pendiente mayor será ese premio para los inversores. A la diferencia entre $R_m - R_f$ se lo suele llamar premio por riesgo de mercado o “Equity Risk Premium”.

La CML utiliza como medida de riesgo el desvío estándar, esta medida de riesgo es apropiada únicamente para las carteras eficientes (aquellas sobre la recta). Las carteras ineficientes o activos individuales contienen una parte de riesgo que puede eliminarse diversificando, a esta parte del riesgo se lo llama riesgo diversificable o No sistemático. Esta porción de riesgo no es compensada por el mercado por consiguiente no será compensada por tomar una unidad mas de riesgo.

The Security Market Line

El concepto de Security Market Line fue desarrollado para mostrar la relación entre riesgo y retorno de carteras ineficientes, activos individuales y también para carteras eficientes. La SML no toma en cuenta el desvío estándar como medida de riesgo (si lo hacía la CML) sino que tiene en cuenta el Beta, el cual mide únicamente la porción de riesgo sistemático o no diversificable.

Para obtener la contribución de riesgo de un activo a la varianza de la cartera, debemos considerar la covarianza de los retornos esperados entre la cartera y el mercado. Si dividimos esta covarianza por la varianza del mercado, obtendremos el componente de riesgo sistemático de la cartera.

La formula para obtener la SML será:

$$(R_A - R_f) = \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} * \frac{Cov_{Am}}{\sigma_m}$$

<u>Donde:</u>

R_A = Retorno esperado del activo A
R_m= Retorno esperado del mercado
R_f = Tasa libre de riesgo
COV_{Am} = covarianza de los retornos esperados entre el activo A y la cartera de mercado
σ_m = Desvío estándar de los retornos del mercado

Trabajando en la formula podemos obtener:

$$(R_A - R_f) = \frac{Cov_{Am}}{\sigma_m^{\,2}} * [R_m - R_f]$$

Premio por Riesgo de Mercado

Beta $_A$

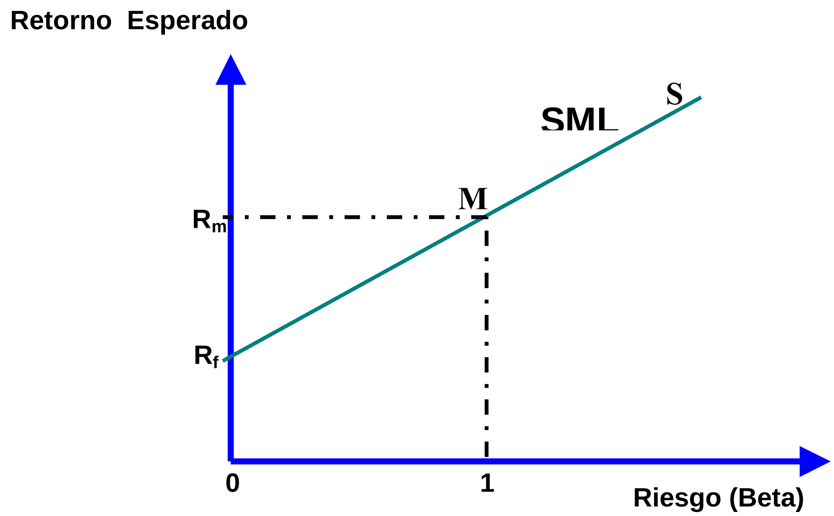
El retorno esperado de un activo o cartera será:

$$\mathbf{R_i = R_f + \beta_i\ (R_m - R_f)}$$

La SML como la CML, tienen su intersección en la tasa libre de riesgo (R_f) y representan la relación entre riesgo y retorno. La recta esta determinada por el retorno sobre el activo libre de riesgo ($\boldsymbol{\beta_i}$ = 0) y el retorno esperado por el mercado con ($\boldsymbol{\beta_m}$ = 1).

La diferencia entre la SML y la CML es que el eje horizontal esta representado con el Beta como medida de riesgo en vez del desvío estándar. Esta diferencia facilita obtener el precio de activos individuales o carteras ineficientes en término de niveles de riesgo.

The Security Market Line



Debido al hecho de que la porción de riesgo no-sistemático puede ser eliminada formando una cartera bien diversificada, los inversores no serán premiados en el mercado por esa porción de riesgo. Como la beta mide únicamente el componente de riesgo sistemático de un activo o cartera, la SML muestra claramente que los inversores serán premiados únicamente por adicionarle componente de riesgo sistemático. Retornos esperados es una función de riesgo sistemático no de riesgo total.

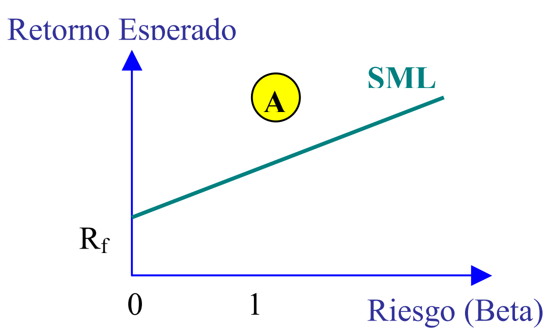
Calculando Retornos Esperados

La SML les permite a los inversores estimar retornos esperados sobre una cartera o activo en particular. Supongamos que tenemos los siguientes datos:

R_m= 15%
R_f = 4%
β_A = 1.2

De acuerdo a la formula de la SML, el retorno esperado de un activo debería ser:

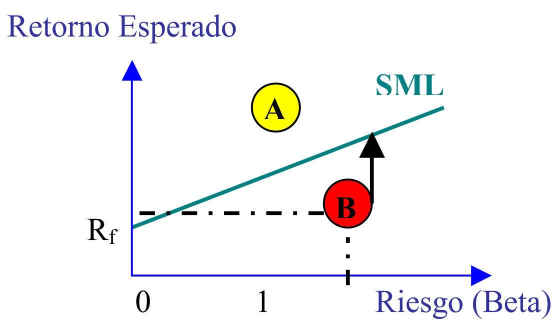
$$R_i = R_f + \beta_i \ (R_m - R_f)$$
$$= 4\% + 1.2 * (11\%)$$
$$= 17.2\%$$



La SML puede ser utilizada para encontrar aquellos activos que están mal valuados, por ejemplo en nuestro ejemplo el activo o cartera A se encuentra por encima de la recta SML, es decir, que ese activo proporciona retornos mayores dado el nivel de riesgo del mismo, es decir que el precio de dicho activo esta subvaluado.

Esto significa que podemos obtener retornos mayores comprando este activo hasta el momento que el precio empiece a subir hasta equilibrar el nivel.

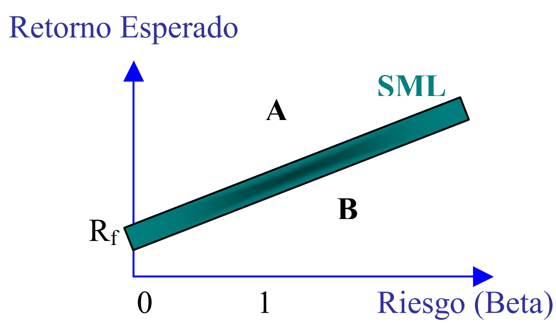
Del mismo modo si encontráramos un activo B que se encuentra por debajo de la recta SML, este activo será vendido hasta que el precio baje y los retornos se encuentren en equilibrio sobre la recta SML.



La valuación errónea de los distintos activos puede deberse a la existencia de:

- Impuestos
- Costos de transacción
- Información imperfecta

Además, en la realidad no todos los activos y carteras se encuentran sobre la recta SML, y también la recta SML en si misma más que una recta es una banda, el ancho de dicha banda dependerá de las imperfecciones existentes en el mercado.



Algunos Problemas con el CAPM

El atractivo principal que tiene el modelo es la simpleza con que obtenemos retornos esperados a niveles de riesgo sistemático dados, esto implica que los inversores deberían mantener carteras bien diversificadas debido a la relación lineal que existe entre retorno esperado y betas, debido al hecho que el mercado no paga premio por riesgo no sistemático deberíamos eliminar el mismo a través de la diversificación.

Si bien el modelo es muy útil en términos de simplicidad, tiene algunas complicaciones como ser:

- **La cartera de Mercado**
  CAPM se basa en identificar la cartera de mercado, esta cartera esta compuesta únicamente por todos los activos de riesgo de mercado, cada uno de los mismos en la exacta proporción que representa su valor total con respecto a la suma de los valores de todos ellos. Esto es virtualmente imposible de identificar como cartera debido a la cantidad de activos que pueden ser comprados por los inversores. A pesar de esta limitación los índices de mercado son generalmente la mejor alternativa a esta limitación.
  El S&P 500 es él mas utilizado como la cartera de mercado pero tiene la limitación que solo representa el mercado de acciones americano pero no incluye otra cantidad importante de activos como ser bonos, fondos de hipotecas, etc.
  Además el modelo requiere que los inversores mantengan una cartera bien diversificada con una gran cantidad de activos, cuando en realidad la mayoría de ellos mantienen un pequeño número de activos en sus portafolios.
- **La tasa libre de Riesgo**

El mayor supuesto en el que se basa el modelo es que todos los inversores pueden tomar prestado y prestar sin restricción a la tasa libre de riesgo. En el mundo real este es un supuesto inexistente.

En primer lugar, en una economía inflacionaria, la tasa libre de riesgo no existe. Los bonos del tesoro americano que son los activos tomados como libre de riesgos, son en términos de repago pero no son libres de riesgo en términos de mantener el poder adquisitivo de los inversores.
En segundo lugar, las tasas activas de las instituciones financieras son siempre más altas que las pasivas, debido a la variabilidad de los riesgos de créditos.

- **Impuestos**
  El modelo de CAPM ignora la existencia de los impuestos, y los mismos existen tanto en las ganancias de capital, como en el cobro de intereses o dividendos, mas aun la tasa impositiva del mismo no suele ser la misma.
- **Beta**

La beta es la pieza clave del modelo para estimar los retornos esperados de los activos. El proceso de determinar la beta puede convertirse en una tarea muy difícil. Por ejemplo que datos del pasado deben usarse, cuales predicciones deben hacerse, debemos utilizar una combinación de ambas para arribar a la beta.

Como estimamos el Beta

Existen tres métodos para estimar la beta:

1. Betas históricas, utilizando los retornos pasados
2. Predecir Betas, estimar retornos utilizando una distribución de probabilidades.
3. Betas ajustados, usar datos pasados y hacer pequeños ajustes sobre la base de expectativas.

Las betas pueden obtenerse de distintos proveedores como ser Reuters, Bloomberg, o distintas páginas de internet como ser Quiken, PCQuote, Yahoo Finance, etc.

Evidencia Empírica

Existen numerosos estudios que intentaron ver la validez del modelo. Sharpe y Cooper (1972), utilizaron precios mensuales de los últimos 40 años de centenas de activos del NYSE en su análisis. Ellos llegaron a la conclusión que en promedio aquellos papeles con mayores niveles de riesgo sistemático (Betas) posibilitaban mayores niveles de retornos esperados, su estudio establecía una fuerte relación directa y lineal entre las betas y los retornos esperados consistente con el modelo CAPM.

Existen otro tanto de estudios a favor (Black, Jensen y Scholes) y en contra (Fama y French) pero debemos tener cuidado cuando utilicemos la evidencia empírica para confirmar o refutar algún modelo ya que los resultados dependen del numero de factores bajo estudio como ser el país, el periodo de tiempo, etc. Además cuando el periodo utilizado arroje resultados no deseados utilizaran aquellos periodos de tiempo que se ajusten a los resultados que deseen.

Estrategias para la Administración de Carteras

Podríamos determinar los siguientes pasos principales a la hora de determinar que estrategia a seguir a la hora de gestionar y armar portafolios de Inversión.
Las Estrategias más corrientes son las conocidas con el nombre de Top-Down y Bottom-up
La estrategia utilizada por la mayoría de los Portfolio Managers es la primera y es la que detallo a continuación

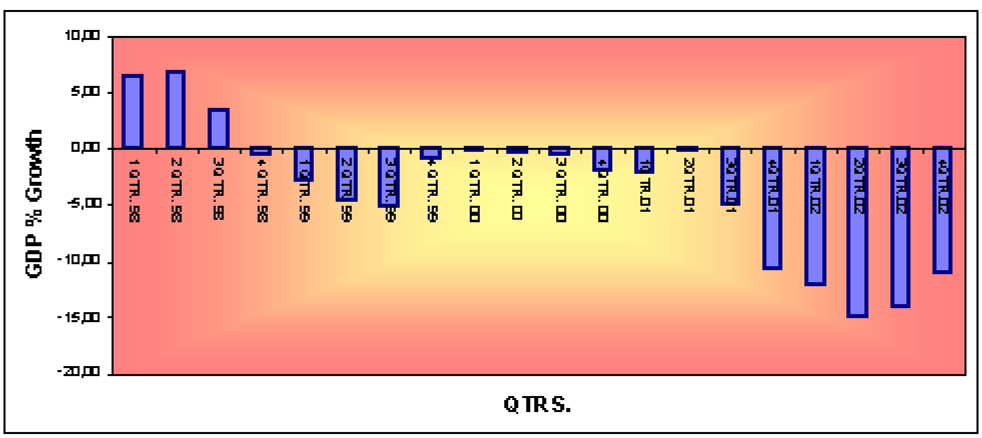
Paso 1.-

Regional Allocation

El objetivo de esta estrategia es realizar un análisis Macroeconómico de los distintos países donde se desean invertir los fondos de la cartera, para determinar los porcentajes a invertirse en cada uno de ellos.

Por ejemplo si la cartera que desea armarse es un portafolio de Acciones Latinoamericanas, se debería analizar en cada uno de los países por ejemplo:

Crecimiento Económico:

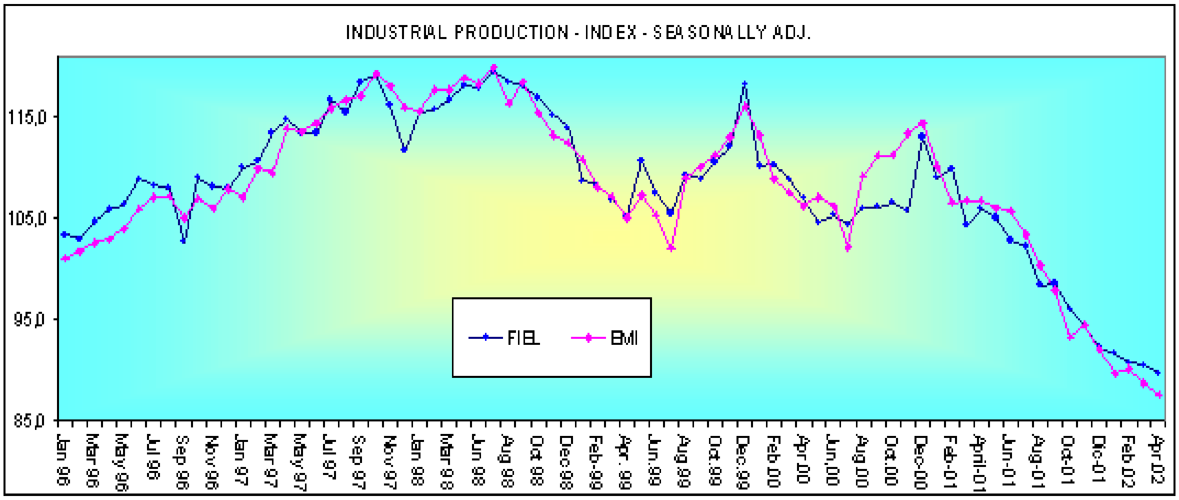


Desempleo

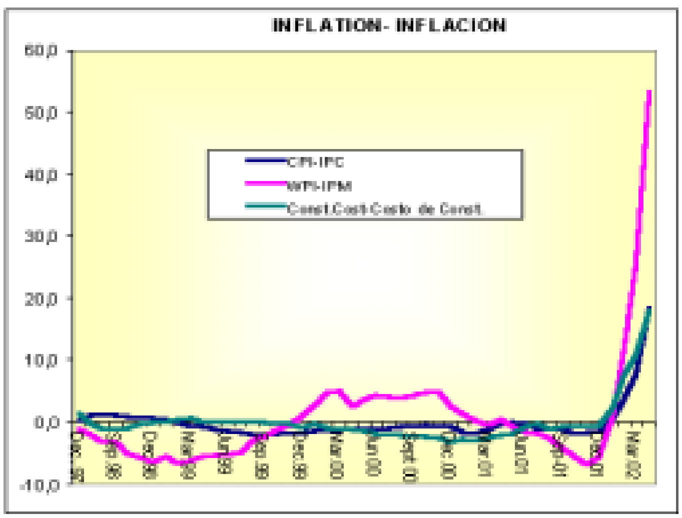
1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002Proj.
10,7	18,4	17,1	16,1	13,2	14,5	15,4	16,4	23,0
12,2	16,6	17,3	13,7	12,4	13,8	14,7	18,3	26,0

Producción Industrial

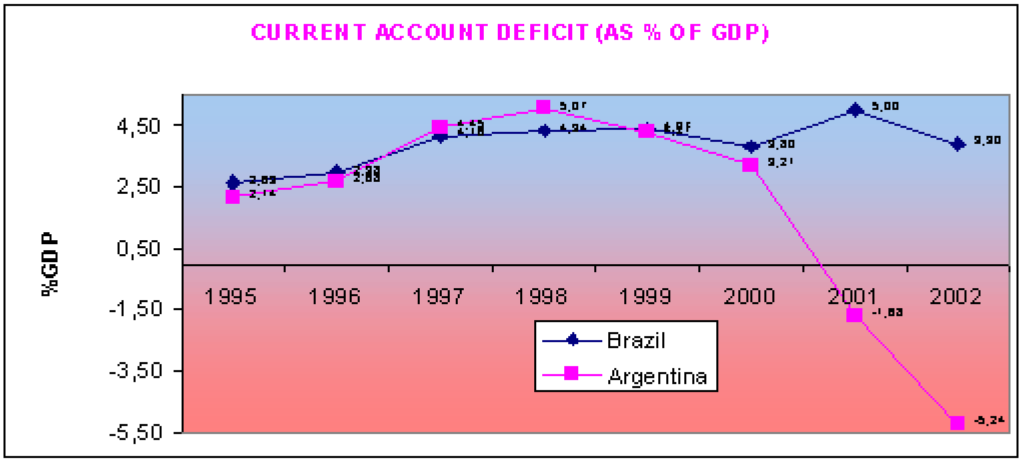
IPI-FIEL						EMI-INDEC						
1997	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	1996	1997	1998	1999	2000	2001	**2002**
7,8	2,6	-4,0	1,5	-0,3	-16,7	-2,4	7,1	7,0	-4,7	2,9	-2,3	-19,0
3,5	5,5	-9,1	5,4	-1,5	-17,3	-2,0	3,2	7,1	-7,7	2,3	-4,3	-15,3
4,5	6,3	-6,3	2,9	-5,8	-16,7	-5,3	6,1	10,5	-8,9	3,5	-5,9	-19,8
11,5	-0,3	-9,9	-2,1	0,8	-13,5	10,8	9,7	4,4	-10,7	-1,6	0,0	-14,0
4,2	1,7	-6,6	-2,8	0,4		4,1	7,6	2,1	-9,8	4,1	-2,4	
6,6	6,7	-9,7	-1,2	-3,7		2,2	10,6	7,1	-12,6	0,8	-1,3	
6,7	2,6	-12,9	-3,4	-0,7		10,4	7,8	0,8	-13,7	3,1	-1,8	
5,0	2,2	-6,3	-2,0	-6,3		10,2	6,7	0,6	-6,1	-1,7	-5,7	
16,8	-1,6	-6,3	-2,8	-9,2		8,2	13,8	-1,6	-3,4	-2,0	-12,2	
11,4	-5,4	-6,7	-4,3	-8,6		11,6	12,4	-6,4	-3,8	-1,7	-9,3	
4,4	0,5	0,1	-5,8	-10,5		7,5	8,7	-2,5	3,0	-6,3	-10,8	
6,6	-4,0	10,9	-6,4	-19,0		10,6	8,9	-6,2	9,1	-2,6	-18,8	



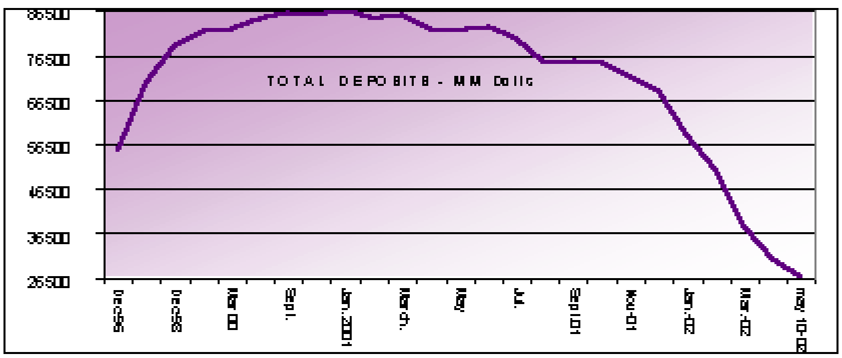
Inflación



Déficit de Cuenta Corriente

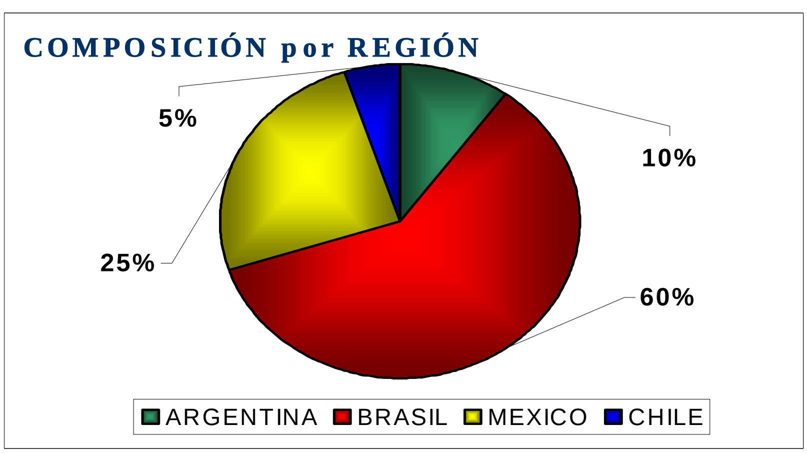


Depósitos del Sector Financiero en Dólares



De dicho análisis se determinará el porcentaje a invertir, dependiendo cuales son las perspectivas (positivas o negativas) de cada país en particular, la practica indica que esta es la decisión estratégica más importante a tomar, ya que el éxito en la elección de los distintos porcentajes determinará en gran medida el éxito en la gestión de la cartera.

Ejemplo: Análisis de la cartera "Latin Fund Acciones Latinoamericanas"



Si la decisión estratégica del "Regional Allocation" tomada en su momento, hubiese determinado una inversión del 60% en Argentina y solamente el 10% en Brasil en vez de haberlo hecho justamente a la inversa, hubiese arrojado un quebranto significativamente mayor debido al hecho de los sucesivos problemas atravesados por el país.

Paso 2.-

Sector Allocation

El objetivo de esta estrategia es realizar un análisis sectorial de las distintas industrias de cada país en donde se decidió realizar inversiones. A partir de dicho análisis se puede llegar a la conclusión de fijar cuales van a ser los porcentajes a invertir en cada sector dentro de cada país, por ejemplo en el caso de Argentina al realizar dicho análisis no debería aconsejarse invertir en el sector de Banca Minorista, debido a los numerosos inconvenientes que esta sufriendo dicho sector a partir de fines de diciembre, y si quizás debiese invertirse en los sectores Agro exportadores debido a la mejor posición competitiva obtenida en dicho sector a partir de las medidas económicas tomadas (devaluación y pesificación).

Paso 3.-

Stock Picking

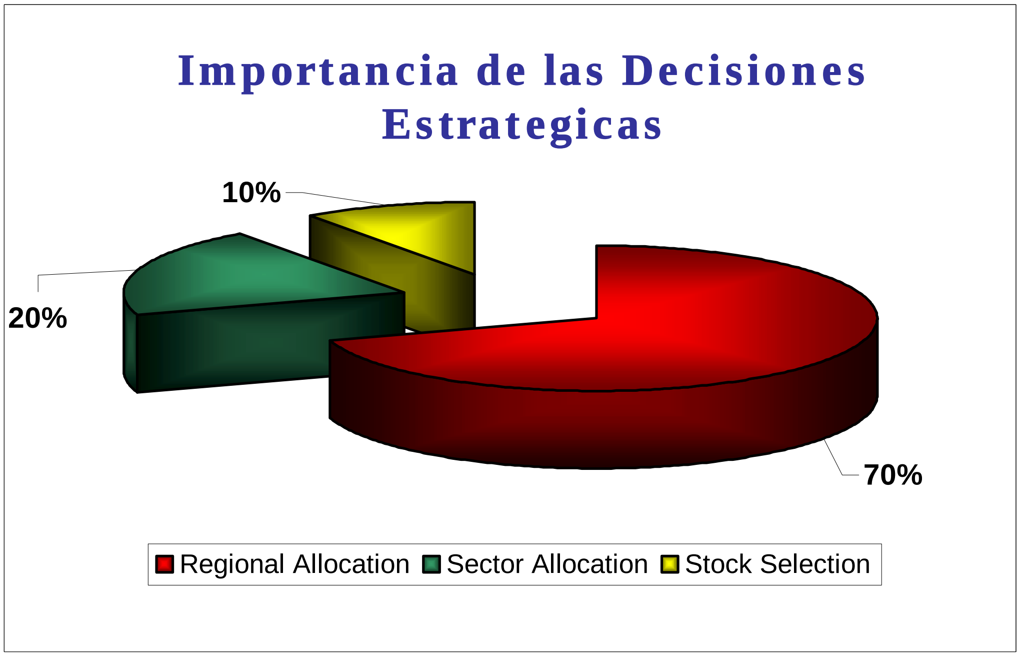
El objetivo de esta última estrategia son una vez decidido los porcentajes a invertir en cada uno de los países y dentro de cada uno de ellos en los distintos sectores, elegir las compañías donde invertir el dinero según las decisiones tomadas en el paso 1 y paso 2.

Esta decisión es la menos importante de las tres debido a que en el escenario mundial actual globalizado son mayores los impactos en los precios de los activos debido a problemas macros y sectoriales que los impactos por los problemas específicos de cada compañía en particular.

La decisión a tomar en este punto es decidir dentro de un país (USA), y de un sector especifico (CRM - Customer Relationship Management), como invertir el dinero, es decir en que porcentajes distribuimos el dinero, si la mayor parte la invertimos en Siebel System o en JD Edwars o en Oracle, o en los tres.

Como hemos aclarado antes si USA entraría en una fuerte recesión, o la industria del CRM quedaría obsoleta o sería reemplazada por un sistema mejor, impactaría de una manera mayor en los resultados de la cartera, a los impactos negativos propios de una compañía en particular.

Importancia de cada una de las decisiones a tomar a la hora de administrar carteras



EJERCICIO

Datos

MICROSOFT CORP.			GENERAL ELECTRIC		
Promedio	0.016789888	Retorno	Promedio	0.00196981	Retorno
Desvío	0.001810716	Riesgo	Desvío	0.02418465	Riesgo
Varianza	3.27869E-06	Riesgo	Varianza	0.0005849	Riesgo

EXXON MOBIL			WAL-MART		
Promedio	0.00067212	Retorno	Promedio	8.4981E-05	Retorno
Desvío	0.01525704	Riesgo	Desvío	0.01797575	Riesgo
Varianza	0.00023278	Riesgo	Varianza	0.00032313	Riesgo

E

RETORNOS	
MSFT	**0.0167899**
GE	**0.0019698**
XOM	**0.0006721**
WMT	**0.0000850**

V

VARIANZAS Y COVARIANZAS				
3.27869E-06	8.59293E-06	3.11815E-06	5.40706E-06	MSFT
8.59293E-06	0.000584897	0.000163343	0.000214551	GE
3.11815E-06	0.000163343	0.000232777	0.000100394	XOM
5.40706E-06	0.000214551	0.000100394	0.000323128	WMT
MSFT	GE	XOM	WMT	

Primer Paso Obtener la Cartera de Mínimo Riesgo

V 1	3.27869E-06	8.59293E-06	3.11815E-06	5.40706E-06	**1**
	8.59293E-06	0.000584897	0.000163343	0.000214551	**1**
	3.11815E-06	0.000163343	0.000232777	0.000100394	**1**
	5.40706E-06	0.000214551	0.000100394	0.000323128	**1**
	1	**1**	**1**	**1**	**0**

V 1 Inversa	5596.690048	-74.67643105	-3438.169747	-2083.843869	**1.004280063**
	-74.67643105	2525.78147	-1173.626047	-1277.478991	**-0.01089208**
	-3438.169747	-1173.626047	5517.153921	-905.3581263	**0.009049606**
	-2083.843869	-1277.478991	-905.3581263	4266.680987	**-0.002437589**
	1.004280063	-0.01089208	0.009049606	-0.002437589	-3.21417E-06

V1 Inversa * B = X*

B		X'		
	0		1.00428006	% MSFT
	0		-0.01089208	% GE
	0		0.00904961	% XOM
	0		-0.00243759	%WMT
	1		-3.2142E-06	

RENDIMIENTO Y RIESGO DE LA CARTERA DE MINIMO RIESGO

DATOS

X'		E	
	1.004280063		0.0167899
	-0.01089208		0.0019698
	0.009049606		0.0006721
	-0.002437589		0.0000850

V				
	3.27869E-06	8.59293E-06	3.1182E-06	5.40706E-06
	8.59293E-06	0.000584897	0.00016334	0.000214551
	3.11815E-06	0.000163343	0.00023278	0.000100394
	5.40706E-06	0.000214551	0.00010039	0.000323128

RENDIMIENTO	1.6846%	RIESGO	0.0003214%
RENDIMIENTO	$^tX * E$	RIESGO	$^tX * V * X$

V2

3.27869E-06	8.59293E-06	3.1182E-06	5.40706E-06	0.01678989	1
8.59293E-06	0.000584897	0.00016334	0.000214551	0.00196981	1
3.11815E-06	0.000163343	0.00023278	0.000100394	0.00067212	1
5.40706E-06	0.000214551	0.00010039	0.000323128	8.4981E-05	1
0.016789888	0.00196981	0.00067212	8.49811E-05	0	0
1	1	1	1	0	0

V2 Inversa

27.81393926	-246.8732595	1.16592075	217.8933995	60.9734738	-0.02288942
-246.8732595	2520.456922	-1067.27735	-1206.306307	1.88537842	-0.04265349
1.165920753	-1067.277355	3393.02158	-2326.910147	-37.6571932	0.64342907
217.8933995	-1206.306307	-2326.91015	3315.323055	-25.2016591	0.42211384
60.97347381	1.885378415	-37.6571932	-25.20165907	-0.66759691	0.01124645
-0.022889422	-0.042653485	0.64342907	0.422113836	0.01124645	-0.00019267

FRONTERA $C''^{-1} * B^* = X'$

% MSFT	2.78	B*	0
% GE	0.04		0
% XOM	-1.09		0
%WMT	-0.73		0
	-0.0193962		4.59%
	0.0003235		1

RIESGO Y RENDIMIENTO DE CARTERAS DE LA FRONTERA EFICIENTE

C. EFICIENT.	1	2	3	4	5
% MSFT	1.0043	1.318527002	1.623394371	1.92826174	2.233129109
% GE	-0.0109	-0.00117516	0.008251732	0.017678624	0.027105516
% XOM	0.0090	-0.185029178	-0.373315144	-0.561601109	-0.749887075
%WMT	-0.0024	-0.132322664	-0.258330959	-0.384339255	-0.51034755
VARIANZA	0.0003214%	0.0021%	0.00720%	0.01565%	0.02744%
DESVIO	0.18%	0.46%	0.85%	1.25%	1.66%
RETORNO	1.68%	2.20%	2.70%	3.20%	3.70%